

4. 運動論によるゾーナルフローの解析

4.2 ゾーナルフローと GAM 振動

渡利 徹夫

(核融合科学研究所)

Kinetic Analysis of Zonal Flows
Zonal Flow and GAM Oscillations

WATARI Tetsuo

National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292, Japan

(Received 16 August 2005)

This article introduces the fundamental principles governing zonal flows for researchers who are engaged in experiments. The mechanism of the Geodesic Acoustic Mode (GAM) is first introduced for a simple tokamak having a circular cross section. The theoretical basis of which was described a rather long time ago. The theory is then extended to include helical systems based on the perspective that the geodesic curvature of the confining magnetic field plays an essential role. It is found that a short connection length in helical systems lends GAM oscillations different features from those in tokamaks. Special attention is paid to the low frequency range and a new branch is analyzed, which is referred to in this article as low frequency GAM. The zonal flow in the lowest frequency range is known as stationary zonal flow and known to have weak damping. Finally, an attempt is made to unify the theories of these two different frequency ranges.

Keywords:

geodesic acoustic mode, zonal flow, non-uniform potential field, neoclassical polarization current

4.2.1 導入

ゾーナルフローは、プラズマの小半径方向に波数をもった空間電位と理解される。また、プラズマ回転と電場は関係 $\vec{V} = \vec{E} \times \vec{B} / B^2$ によって結ばれているのでプラズマの小半径方向にシアをもったプラズマ回転と理解することもできる。

一方、回転するプラズマは磁力線の持つ曲率（特に測地線曲率）のために、小半径方向プラズマ電流を作り出す、この電流による $\vec{j} \times \vec{B}$ 力はプラズマ回転に復元力を与えプラズマ回転は振動する [1]。この振動は測地線音波振動モード (GAM) と呼ばれている。

プラズマ中の電場・プラズマの回転を形成する機構はそれ自身興味ある研究対象であって昔から新古典理論の一部として研究されてきた [2]。特にトカマクにおいてはトロイダル対称性のためにポロイダル方向の粘性のみ現れる。この静的な電場とプラズマ回転は弱い減衰もつことが知られており、この論文では静的 (stationary) ゾーナルフローと呼ぶ [3-4]。

ゾーナルフローの存在は近年実験研究において多数検証されており [5-8] 研究を活性化している。ゾーナルフローも GAM 振動もトーラスプラズマにおいて自発的に存在するものであるから、当然励起の機構が存在するはずであ

author's e-mail: watari@nifs.ac.jp

る。最近の理論的な研究では、「プラズマ中の不安定が引き起こす乱流がプラズマ流を励起する。」というモデルが使われている。また、シアのあるプラズマ回転が乱流を制御する可能性が指摘されておりゾーナルフローは重要研究課題として注目されつつある [9]。

Fig. 1 において半径方向の電場 \vec{E}_r が存在するときこれに伴うプラズマの回転 ($v_\theta \eta = E_r \times B / B^2$) が存在する。トロイダル磁場はトロイダル効果によりプラズマ流の発散がおりプラズマ密度の上下非対称性を生じる。

$$\tilde{n}_i = n_{i,0} \int dt \frac{2}{R_0} \sin \theta \frac{\vec{E}_r}{B_0} \quad (1)$$

プラズマ密度の揺動は断熱的圧縮によりプラズマ圧力にも次式に表される上下非対称性を発生させる。

$$\tilde{p}_i = \gamma (\tilde{n}_i T_{i,0}) \cos \theta \quad (2)$$

ここに、 $(\gamma, T_{i,0})$ は断熱圧縮の定数および平衡イオン温度である。プラズマ圧力の上下非対称は $\vec{\nabla}_\theta \tilde{p} \times \vec{B}$ による電流

$$\vec{j}_r = \frac{1}{B} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \sim \gamma (\tilde{n}_i T_{i,0}) \frac{2}{BB_0 R_0 r} \cos \theta \int dt \vec{E}_r \quad (3)$$

を引き起こし、磁気面を横切る電流は積分して以下の総和

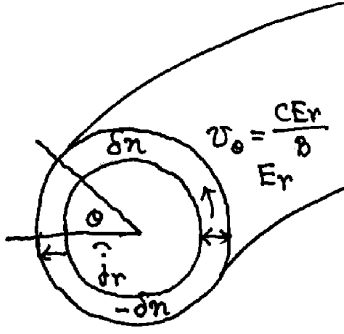


Fig. 1 The illustration of GAM oscillation in a simple tokamak.

を与える。

$$\int j_r dS = \gamma (\bar{n}_i T_{i,0}) n_{i,0} (2\pi)^2 \frac{2r}{B_0^2 R_0} \int dt E_r \quad (4)$$

一方、古典論の知識によると、変動する電場には以下の分極電流が伴い

$$\tilde{j}_\perp \sim \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{1}{4\pi} \frac{dE_r}{dt} \quad (5)$$

磁気面を横切る電流の総和は以下の如くなる。

$$\int j_r dS \sim \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{1}{4\pi} (2\pi)^2 R_0 r \frac{dE_r}{dt} \quad (6)$$

この2つの電流を等しく置く時、振動する解を持つ方程式

$$\frac{d^2 E_r}{dt^2} + \omega_{G,A}^2 E_r = 0 \quad (7)$$

が得られ以下の周波数が得られる。

$$\omega_{G,A}^2 = \frac{2\gamma}{R^2} \frac{T_{i,0}}{m_i} \quad (8)$$

磁場に沿う粒子運動とポテンシャルの不均一性を考慮にいと GAM の分散式は一般的に次の形で与えられる。

$$\omega_{G,A}^2 = \frac{2\gamma}{R^2} \frac{\xi_1 T_{i,0} + \xi_2 T_{e,0}}{m_i} \quad (9)$$

ここに ξ_1 および ξ_2 はオーダー1程度の定数であり、その値は採用したモデルによって多少変わる。さらに詳細な記述はレビュー論文[10-11]を参照されたい。

4.2.2 ヘリカル系への拡張と運動論的考察の導入

ヘリカル型閉じ込め装置においても近年ゾナルフローおよびGAM振動が実験的に検証され注目されている[7]。また、計算機シミュレーションにおいてもGAM振動の存在が確認されている[12]。第4.2.1節はWinsorらによって得られたGAM振動の機構の説明であるが、流体方程式を用いているので近似の有効性について議論が必要である。また、トカマクに対して導かれた公式であるから、ヘリカル系への応用に関しては理論の拡張が必要である。論文[13,14]では以上の機構が磁気面を横切る電流のバランス

で決定されることに基づき以下のような定式化が試みられている。

分極電流 j_{pol} 測地線曲率による電流 j_{geo} は、対応する電気伝導度 σ_{pol} と σ_{geo} を用いて以下のように表すことができる(正確にはアドミッタンス)。

$$j_{geo}(\phi) = -\sigma_{geo}(\phi) \frac{d\phi}{d\phi} \quad (10)$$

$$j_{pol}(\phi) = -\sigma_{pol}(\phi) \frac{d\phi}{d\phi} \quad (11)$$

ここに、 ϕ および $-\frac{d\phi}{d\phi}$ は空間電位および径方向電場に対応する。 $j_{pol} \propto \sigma_{pol}$ は古典的polarization電流で、 ω に比例することが知られている。

この構造はトカマクにおいてもステラレーターにおいても変わらず、周波数を決定する分散式は以下の形をとる。

$$j_{total} = \tilde{\sigma}_{pol} \left(\frac{\omega}{i} - \tilde{\omega}_G^2 \sum_{m,n} \eta_{m,n}^2 F_{m,n} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \phi} = 0 \quad (12)$$

ここに、 $\tilde{\sigma}_{pol} \equiv \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{qB_\zeta + B_\theta}{2\pi B^2} \int \frac{1}{B^2} |\nabla\phi|^2 d\theta d\zeta$ は分極電流の比例係数であり、 $\tilde{\omega}_G^2 = \frac{\tilde{\sigma}_{geo}}{\tilde{\sigma}_{pol}} = \frac{T_i}{M_i} \frac{1}{R^2}$ はトカマクにおけるGAM振動数の代表値である(論文[14]参照)。また、 $\eta_{m,n}^2$ と l_ϕ^2 は閉じ込め磁場の配位を特徴づける量(幾何学因子)で以下のように与えられる。

$$\eta_{m,n}^2 \equiv \frac{(mB_\zeta + nB_\theta)^2 \delta_{m,n}^2(\phi)}{4B_t^2 l_\phi^2} \quad (13)$$

$$l_\phi^2 \equiv q^2 \int \frac{1}{B^2} |\nabla\phi|^2 d\theta d\zeta \quad (14)$$

ゾナルフローが測地線曲率に深く関連していることを考慮し、閉じ込め磁場は以下の形にFourier分解して考える。

$$B^2 = B_0^2 \left(1 + \sum_{m,n} \delta_{m,n}(\phi) \cos(m\theta - n\zeta) \right) \quad (15)$$

(12-13)式には(15)式に示すポロイダルおよびトロイダルモード数 (m,n) が含まれ、ヘリカル系を含む形に拡張されていることがわかる。また、 $n=0$ と置けば(11)式はトカマクに関する公式に帰着する。 $\delta_{m=1,n=0}$ は(1)式に現れる $1/R_0$ と対応してトカマクの測地線曲率を表している。トカマクに関して導かれた(1)式は測地線曲率の正負により密度とプラズマ圧力の揺動に上下非対称性が生まれることを示している。同様の解釈をヘリカル系に適用すれば、密度は $(m\theta - n\zeta) = \pm\pi/2$ で最大および最小となることがわかる(Fig.2を参照)。

(12)式に含まれる $F_{m,n}$ は以下に定義される分散関数 $Z_{geo,1}(\zeta)$ と $Z_{geo,2}(\zeta)$ を使って

$$\begin{aligned} F_{m,n} &= F_i(\xi_{m,n}) + F_e(\xi_{m,n}) \\ &= -2 \frac{1}{ik_{\parallel,m,n} v_T} (Z_{geo,1}(\xi_{m,n}) - \chi_{m,n} \xi_{m,n} Z_{geo,2}(\xi_{m,n})) \quad (16) \end{aligned}$$

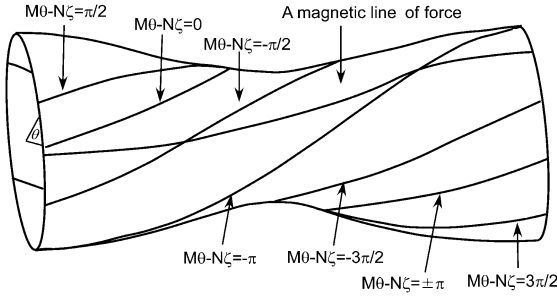


Fig. 2 Illustration of a single helicity helical system, which is most easily realized as a straight helical system. A flux surface is shown for a supposed $M=2, N=10$ helical system for one toroidal pitch ($0 < \zeta < 2\pi/N$). The pressure increment and decrement occur along the lines $M\theta - N\zeta = 2l\pi \pm \pi/2$, where the geodesic curvature is large. It is also seen that the connection length is short in a helical system.

と書くことができる。ここに、 $\zeta_{m,n} = \omega/k_{\parallel,m,n}v_T$ と定義され、 $k_{\parallel,m,n} = (mB^\theta - nB^\zeta)/B$ は GAM の波数と考えられる。ポテンシャル揺動に関しては $(m,n) = (0,0)$ 即ち波数零であるが、密度揺動に関してはモード結合により波数が生じていることに注意する。 $Z_{\text{geo},1}(\zeta)$ は $Z_{\text{geo},2}(\zeta)$ は以下の如く定義され、

$$Z_{\text{geo},1} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{x-\zeta} \left(x^4 + x^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(-x^2) dx \quad (17)$$

$$Z_{\text{geo},2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{x-\zeta} \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(-x^2) dx \quad (18)$$

よく知られたプラズマ分散関数

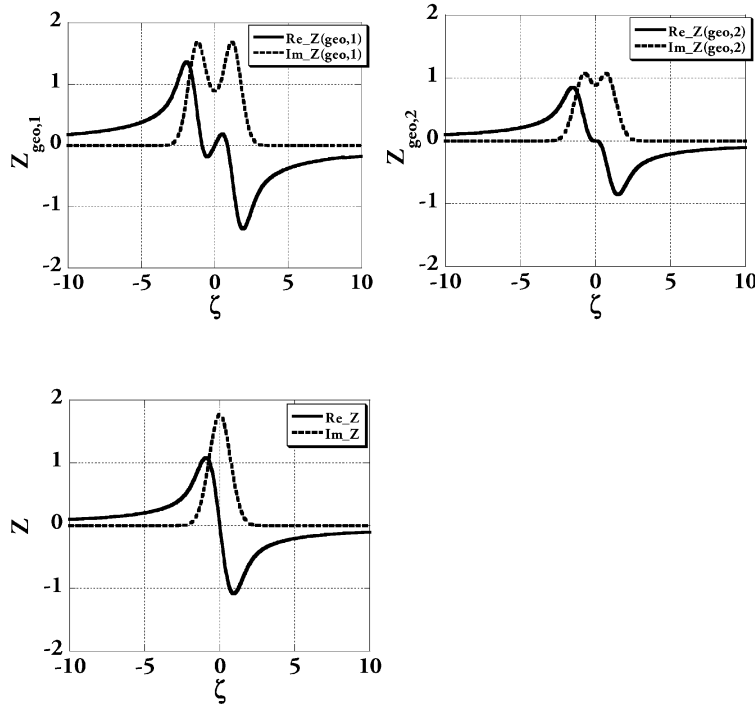


Fig. 3 The comparison of the three Z -functions $Z(\text{geo},1)$, $Z(\text{geo},2)$ and Z_p , defined by Eq.(14) Eq.(15) and Eq.(16), respectively. $Z(\text{geo},1)$ is an increasing function of ζ in the vicinity of $\zeta = 0$ revealing the unique response of ions due to the kinetic weights in their drift motions.

$$Z_p = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int \frac{1}{x-\zeta} \exp(-x^2) dx \quad (19)$$

とは積分の重みがかかる。

$$: \left(x^4 + x^2 + \frac{1}{2} \right) \text{ あるいは } \left(x^2 + \frac{1}{2} \right)$$

これらの分散関数は、周波数零の付近で以下の如く級数展開が可能である。

$$Z_{\text{geo},1} \approx \frac{1}{2}\zeta - \frac{1}{3}\zeta^3 + i\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + \zeta^2 + \zeta^4 \right) \exp(-\zeta^2)$$

$$Z_{\text{geo},2} \approx -\frac{4}{3}\zeta^3 + i\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + \zeta^2 \right) \exp(-\zeta^2) \quad (20)$$

$$Z_p \approx -\left(2\zeta - \frac{4}{3}\zeta^3 \right) + i\sqrt{\pi} \exp(-\zeta^2)$$

$\zeta = \omega/k_{\parallel}v_T$ の一次の項の比例係数が $Z_{\text{geo},1}(\zeta)$ の場合は $1/2$, $Z_p(\zeta)$ の場合は -2 と逆符号をもつことは注目すべきである (Fig. 3 参照)。つまり $Z_{\text{geo},1}(\zeta)$ は低周波において Polarization Current と同等の振る舞いをする。低周波における分散関数の特徴は、(16) 式に含まれる係数 $(x^4 + x^2 + \frac{1}{2})$ の存在に基づくものでこれはトラスの作り出す測地線曲率とそれに基づく粒子軌道と関係している。次節では、この電流を通過粒子の作る neo-classical polarization current と解釈する。

F_{NU} は不均一なポテンシャル場 $\tilde{\phi} - \langle \tilde{\phi} \rangle = \tilde{\phi}(\theta, \zeta, \psi)$ により生じる半径方向電流を表し、関係式、 $\chi_{m,n} = N_u/D_e$, $D_e = k_{D,e}^2/k_{D,i}^2 + (1 + \zeta_{m,n}Z_p(\zeta_{m,n}))$, $N_u = Z_{\text{geo},2}$ を使うと次のように表すことができる。

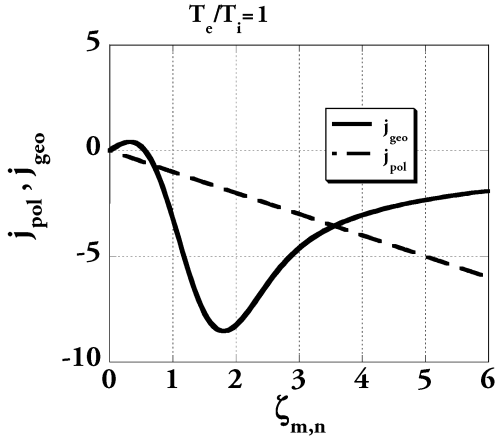


Fig. 4 The polarization current and the geodesic current versus $\zeta_{m,n}$, the oscillation frequencies of GAM are given where they agree. The calculation was made for a simple tokamak configuration. In this figure, two such frequencies are found: one at $\zeta_{m,n} = 0.7$ and the other at $\zeta_{m,n} = 3.5$. The larger solution is the one we found in the previous paper and the smaller solution is new. The new solution appears due to the reversed geodesic current in the low frequency range.

$$F_{\text{NU}}(\zeta_{m,n}) = 2 \frac{1}{ik_{\parallel,m,n} v_T} [\chi_{m,n} \zeta_{m,n} Z_{\text{geo},2}(\zeta_{m,n})] \quad (21)$$

ここで、 $Z_{\text{geo},2}$ は均一ポテンシャル場 $\langle \tilde{\phi} \rangle = \tilde{\phi}_0(\psi)$ が作り出す不均一分極、 D_e^{-1} はその分極をシールドする効果として理解される。また、ポテンシャルの不均一な成分 $\tilde{\phi} - \langle \tilde{\phi} \rangle \equiv \tilde{\phi}_s \sin \theta$ は先に定義した $\chi_{m,n}$ を用いて次のように表すことができる。

$$\tilde{\phi}_s = v_{T,i} \left(k_\psi \frac{v_T}{\omega_{c,0}} \right) \frac{1}{k_{\parallel,m,n} v_{T,i}} \alpha \chi_{m,n} Z_2(\zeta_{m,n,i}) \tilde{\phi}_0 \quad (22)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \alpha \equiv \alpha(\psi) &= \frac{1}{\sqrt{g} B^2} 2\pi B_0 (mB_\zeta + nB_\theta) \delta_{m,n}(\psi) \\ &= 2\pi \frac{(mB_\zeta + nB_\theta)}{qB_\zeta + B_\theta} B_0 \delta_{m,n}(\psi) \end{aligned} \quad (23)$$

である。

一般に GAM 振動はポテンシャル揺動に関しては $(m,n) = (0,0)$ と理解されているが、(21)式を数値的に吟味すると不均一性が実験の測定にかかることが示されるので、実験家にはデータ解析を試みることを勧める。また、 $D_e = 0$ として得られる分散式は、実は静電イオン音波のイオンおよび電子分枝の分散式に他ならない。特に、CHS などの実験条件では $T_e/T_i \gg 1$ が満たされているので特異な現象が起こることが想定される。非常に興味あるところであるが、これはまた別の寄稿にて紹介することにして、以下の議論にはこれらの共鳴現象からくる複雑性を殺すために $\chi_{M,N} \zeta_{M,N} \sim -Z_i T_e/T_i$ とおいて得られる近似的分散式

$$F_{m,n} \approx -2 \frac{1}{ik_{\parallel,m,n} v_T} \left[Z_{\text{geo},1}(\zeta_{m,n}) + \frac{T_e}{T_i} Z_{\text{geo},2}(\zeta_{m,n}) \right] \quad (24)$$

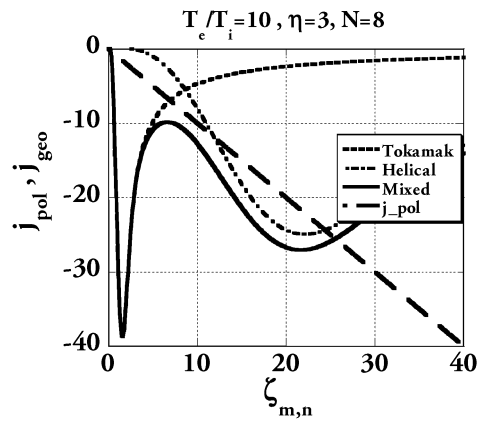
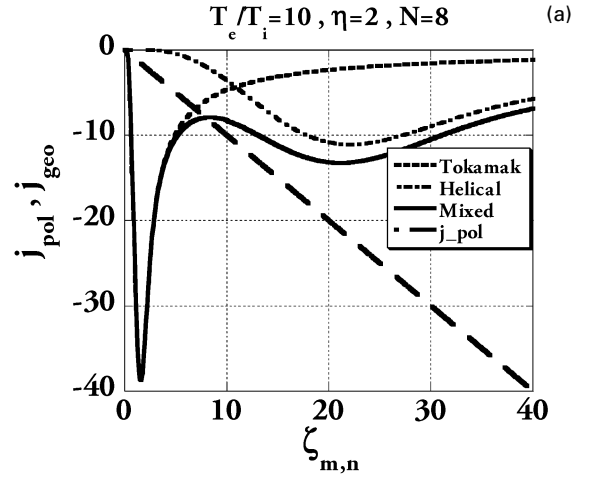


Fig. 5 Determination of the GAM frequencies in toroidal stellarators. The GAM frequencies are determined as the frequency where j_{pol} crosses j_{geo} : $\eta = 2$ and $\eta = 3$ in Fig. 3(a) and Fig. 3(b), respectively. Other parameters are the same: $T_e/T_i = 10$ and $(M,N) = (2,8)$. For geometric factor $\eta > 3$, the GAM jumps into helical type GAM.

を使う。

4.2.3 いくつかの応用例

A. Low Frequency GAM

Fig. 4 は、漸近展開のかわりに運動論的記述 (17) – (19) 式を使ったトカマクの GAM 分散式の計算例である。図中には、分極電流 (j_{pol}) および測地線曲率による電流 (j_{geo}) が $\zeta = \omega/k_{\parallel,m=1,n=1} v_T$ の関数として描かれている。 j_{geo} は、運動論的な計算により (neo-classical polarization current の存在により) MHD 方程式を用いた計算とは周波数依存性において大きく異なっている。このため、Fig. 4 の計算例では、通常知られている GAM 振動に加えて更に低周波にも固有振動数が存在することが示される。われわれは、これを low frequency GAM と呼んでいる [13, 14]。

B. GAM Frequency in Helical Systems

ヘリカル系においては、トロイダルモード数が大きいため密度摂動の正負を繋ぐ磁力線の結合長が短く、同じ公式、(12)式、も異なる様相を呈する。

実際のトラス型ヘリカル装置は、ヘリカルリップルの

ほかにトロイダルリップルを持っている。Fig. 5は、第(12)式を用いて、この混合ヘリシティー問題を解いた一例である。Fig. 5(a)および(b)では、2つの異なる η 値 ($\eta=2$ and $\eta=3$) が使われており、他のパラメータは同じに設定されている ($n=N=8$, $m=M=2$, $T_e/T_i=10$)。両図において、 j_{geo} には2つのピークが見られる。低い周波数におけるピークはトカマク型測地線曲率に基づき、高い周波数におけるピークはヘリカル型測地線曲率に基づく。 $\eta = \eta_{M,N}/\eta_{m=1, n=0}$ と定義されるので、両曲率の相対的強度を表している。この観点から、Fig. 5(a)(b)は、 η のわずかな変化により決定されるGAM周波数はジャンプすることを示している。トロイダルステラレーターにおいてはヘリカルリップルが半径とともに増大することが知られているので、このジャンプは小半径位置とともに起こることも予想される。

4.2.4 静的ゾーナルフローと GAM 振動の応答関数の統一的表现

以上、われわれは文献[13,14]に基づき議論してきた。この論文では、ドリフト運動論的方程式を使っているが、計算を容易にするために、粒子の磁場方向速度が運動中に変わる効果を見捨てている。このため、精度を上げた議論には、捕捉粒子の寄与を正しく考慮した定式化が必要である。GAM振動は従来MHD方程式を使って説明されてきた。一方、周波数零の分枝は昔から新古典論を通じて研究されてきたもので、外部擾乱への応答関数

$$\phi_0 = -q_{\text{turbulence}} / [\chi_{\text{classical}}^0 (1 + 1.6q^2/\sqrt{\epsilon})] \quad (25)$$

がRosenbluth and Hinton[3,4]らにより与えられている。ここで、 $q_{\text{turbulence}}$ はレイノルズ応力によりプラズマの乱流が生成する外部電荷、 $\chi_{\text{classical}}^0$ は古典論で与えられる分極をあらわす。(また、分母の第2項 $1.6q^2/\sqrt{\epsilon}$)は新古典論的遮蔽を表す項として理解されている。最近の洲鎌らの研究ではジャイロ運動論的方程式を使ってヘリカル系への拡張を行っている[15]。

我々は[13,14]に粒子軌道の取り扱いに関して改良を加え、以下の形の応答関数を得た(論文[16]を参照)。ここでは、高次の有限半径効果を取り入れるためにポテンシャルとして k_ϕ を半径方向の波数と考え、 $\phi = \phi_0 \exp(-i\omega t + ik_\phi \phi)$ の形を仮定している。

$$\phi_0 = \frac{-4\pi q_{\text{turbulence}}}{\chi_{\text{classical}}^0 + (\chi_2^{m=0} + \chi_2^{m \neq 0}) + \chi_{\text{NU}}} \quad (26)$$

ここに、

$$\chi_2^{m=0} = -4\pi(e^2)(k_\phi)^2 \frac{1}{2} \int \sqrt{g} d\theta d\xi \frac{2\pi}{m_i^2} \frac{B dw d\mu}{|v_\parallel|} \frac{\partial f}{\partial w} \quad (27)$$

$$H_{n=2,m=0}(\theta, w, \mu) = \frac{i\omega}{-i\omega}$$

$$\chi_2^{m \neq 0} = -4\pi(e^2)(k_\phi)^2 \frac{1}{2} \int \sqrt{g} d\theta d\xi \frac{2\pi}{m_i^2} \frac{B dw d\mu}{|v_\parallel|} \quad (28)$$

$$\frac{\partial f}{\partial w} \sum_{m \neq 0} H_{n=2,m}(\theta, w, \mu) \frac{i\omega}{-i(\omega + m\Omega)}$$

である。 $\Omega = \Omega(w, \mu)$ は通過粒子においては粒子のトラス周回周波数、捕捉粒子においてはバナナ運動の周波数と考える。低周波数では $\omega/m\Omega \ll 1$ の近似を使って $\chi_2^{m=0} \gg \chi_2^{m \neq 0}$ となるので

$$\phi_0 = \frac{-4\pi q_{\text{turbulence}}}{\chi_{\text{classical}}^0 + \chi_2^{m=0}} \quad (29)$$

と簡略化される。また、

$$\chi_2^{m=0} = -4\pi(e^2)(k_\phi)^2 \int \frac{dl_p}{|v_p|} \sum_{\sigma} \int \frac{2\pi}{m^2} dw d\mu \left[\left(\frac{lv_\perp}{\omega_c} \right)^2 - \left(\frac{lv_\parallel}{\omega_c} \right)^2 \right] \quad (30)$$

を示すことができ、これは論文[3]に現われるよく知られた公式(方程式(14))と一致する。

以上の論理により(24)式は零周波数zonal flowからGAM oscillationを統一する応答関数であると考えられる。また、(24)式分母は $H_{n,m}$ の性質(粒子軌道の性質)を考慮し

$$D = 4\pi e^2 k_\phi^2 \int \sqrt{g} d\theta d\xi \frac{2\pi}{m_i^2} \frac{B dw d\mu}{|v_\parallel|} \frac{\partial f}{\partial w} \left[\sum_{\sigma} (|\nabla\phi|)^2 \frac{1}{2} \frac{v_\perp^2}{\omega_{c,i}^2} + \frac{1}{2} \sum_{m \neq 0} H_{n=2,m}(\theta, w, \mu) \frac{m\Omega}{(\omega - m\Omega)} \right] + \chi_e \quad (31)$$

と書き直すことができる。また、これを0と置けば分散式が与えられる。不均一ポテンシャル場に対する応答を表す χ_{NU} に関しては論文[16]に与えられているが小修正を必要とするので、本稿では説明を省略する。

この分散式は論文[13,14]に与えられる分散式とほぼ同型を与え、その結果をさらに精密化したものに対応している。新古典論的分極電流自身は通過粒子に関する部分は論文[13]においてもすでに含まれている。この節で与える統一的表现は一般的に「速度が一定」という仮定をせずに議論を進めたもので特に捕捉粒子に関して改良が加えられている。(26)-(28)式の著しい特徴として、粒子軌道の考慮は新たなポロイダルモード結合を発生し、したがって高次高調波共鳴を生み出すことを指摘しておく。第(27-28)式に含まれる $H_{n,m}$ は(32)式で定義されるもので、粒子の周回周波数 Ω が v_\parallel の代わりに含まれている。

$$H_{n,m} = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{lv_\parallel}{\omega_c} - \frac{lv_\parallel(t-t'')}{\omega_c(t-t'')} \right)^n \exp(-im\Omega t'') dt'' \quad (32)$$

v_\parallel は場所の関数であるが Ω は一定であり、通常使われる $v_\parallel = \text{const}$ の仮定を取り除くことができる。 $H_{n,m}$ の添え字 n は有限軌道幅効果を表しており、論文[16]で高次の有限軌道幅効果を含む定式化がなされている。洲鎌等の最近の論文[17]では有限軌道幅効果を考慮しGAM振動の減衰が強くなることを示しシミュレーションの結果を説明している。ゾーナルフローの幅が狭い(ポロイダルラーマー半径程度)ことは理論的に予測されており、最近の実験(論文[5-8])でも確認されているので、有限軌道幅効果は今後重要な側面として意識されると思われる。

謝辞

この原稿を書くにあたって、実験データの解釈に関して核融合科学研究所の濱田泰司、藤澤彰英、西沢章光、井戸毅、の各氏に親切な説明をいただきました。野竹孝志、竹内伯夫の各氏には低周波 GAM の数値的な計算に関して共著者としての寄与をいただきました。伊藤公孝氏には、同分野への導入と乱流の基礎的な知識に関して指導をいただきました。また、等々力二郎氏には理論計算への具体的な指導および批判をいただきました。洲鎌英雄氏には最近の研究の状況に関して有益な助言をいただきました。東井和夫氏には激励に感謝します。南貴司氏には最近得られた自分自身の考えをまとめる機会を与えていただいたことを感謝します。

参考文献

- [1] N. Winsor, J.L. Johnson and J.M. Dawson, *Phys. Fluids* **11**, 2448 (1968).
- [2] S.V. Novakovskii, C.S. Liu, R.Z. Sagdeef and M.N. Rosenbluth, *Phys. Plasmas*, **4**, 4272 (1997).
- [3] M.N. Rosenbluth and F.L. Hinton, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 724 (1998).
- [4] F.L. Hinton and M.N. Rosenbluth, *Plasma Phys. Control Fusion*, **41**, A653 (1999).
- [5] Y. Hamada, A. Nishizawa, T. Ido *et al.*, *Nuclear Fusion* **45**, 81 (2005).
- [6] T. Ido, Y. Miura, K. Hoshino, Y. Hamada, Y. Nagashima, H. Ogawa, K. Shinohara, K. Kamiya, A. Nishizawa, Y. Kawasumi, Y. Kusama and JFT-2M group, "Electrostatic Fluctuation and Fluctuation-induced Particle Flux during Formation of the Edge Transport Barrier in the JFT-2M Tokamak", (in CD proceedings of 20th IAEA. Conf. on Fusion Energy, 2004, Portugal, IAEA) EX/4-6Rb.
- [7] A. Fujisawa, K. Itoh, H. Iguchi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 165002-1 (2004).
- [8] G.S. Xu, B.N. Wan, M. Song and J. Li, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 125001 (2003).
- [9] K. Itoh and S.I. Itoh., *Plasma Phys. Controlled Fusion* **38**, 1 (1996); **6**, 922 (1999).
- [10] P.H. Diamond, S.-I. Itoh, K. Itoh and T.S. Hahm, *to be published in Plasma Phys. Control. Fusion*.
- [11] T.S. Hahm, *Plasma Phys. Control. Fusion* **44**, A87 (2002).
- [12] S. Satake, M. Okamura, N. Nakajima, H. Sugama, H. Sugama, M. Yokoyama and C.D. Beider, *to be published in Nuclear Fusion*. "Nonlocal Neo classical Transport Simulation of Geodesic Acoustic Mode".
- [13] T. Watari, Y. Hamada, A. Fujisawa, K. Toi and K. Itoh, *Phys. Plasmas* **12**, 062304 (2005).
- [14] T. Watari *et al.*, "Geodesic Acoustic Mode Oscillation in the Low Frequency Range", *submitted to Phys. Plasmas*, NIFS-814 (internal report of NIFS).
- [15] H. Sugama and T.H. Watanabe, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 115001 (2005).
- [16] T. Watari *et al.*, "Unified Linear Response Function for the stationary Zonal Flow to Geodesic Acoustic Mode", NIFS-815 (internal report of NIFS).
- [17] H. Sugama and T.H. Watanabe, "Collisionless Damping of Zonal Flows in Helical Systems" NIFS-819 (internal report of NIFS).