

# 磁場閉じ込めプラズマの乱流シミュレーション・データに対する 画像を用いた解析

定方 翼<sup>\*1</sup>・沼波 政倫<sup>\*2, \*3</sup>・片桐 孝洋<sup>\*4</sup>・大島 聡史<sup>\*4</sup>・永井 亨<sup>\*4</sup>

## Image-based Analysis for Turbulence Simulation Data of Magnetic Confined Plasmas

Tsubasa Sadakata<sup>\*1</sup>, Masanori Nunami<sup>\*2, \*3</sup>, Takahiro Katagiri<sup>\*4</sup>,  
Satoshi Ohshima<sup>\*4</sup> and Toru Nagai<sup>\*4</sup>

**Key words:** Fusion Plasma, Gyrokinetics, Visualization, Similarity Analysis, Clustering

### 1. はじめに

核融合研究は、持続可能な人類社会を支え得る究極のエネルギー源の実現を目指し、世界規模で進められている。磁場を用いた核融合炉では、約1億度に熱せられた高温のプラズマをトーラス状の磁場で閉じ込めて、燃料となる重水素と三重水素の核融合反応によって生成するアルファ粒子によって燃料プラズマを自己加熱し、高温状態を維持しながら炉心の核融合反応を持続させる。核融合研究における数値シミュレーションは、高温プラズマ物理から装置壁との相互作用の物理まで多岐にわたる現象がその対象となるが、その中でも、炉心プラズマの輸送シミュレーションは最大規模の計算量を必要とする。これは、炉心プラズマが強い非平衡性を有するために、熱平衡分布ではなく位相空間上に複雑に分布した系を扱わねばならず、その第一原理モデルが、位相空間上の分布関数に対する発展方程式（ボルツマン方程式）に基づいているためである。磁場閉じ込め系では特に、異方性を持った強磁場の環境下であることを利用したジャイロ運動論<sup>1)</sup>（粒子速度空間を3次元から磁場に垂直方向と平行方向の

2次元に簡約した計5次元の位相空間上の運動論モデル）と呼ばれるモデルが、大型計算機を用いたシミュレーション研究で広く利用されている。ジャイロ運動論シミュレーションでは、3次元の実空間のみで記述される従来の流体モデルに比べて2次元速度空間の分だけ自由度が増大し、 $100^2$ 倍程度大きな計算量を必要とする。このシミュレーションが対象とする物理問題として、炉心プラズマ乱流に起因する熱輸送や燃料粒子輸送が挙げられるが、これらはプラズマ閉じ込め性能を左右するため、核融合炉の成立性に直結する最重要課題の一つとなっている。一方で近年では、スーパーコンピュータ「富岳」を始めとした大型計算機と計算技術の進歩によって、核融合プラズマの理論研究や定性的な物理研究のみならず、実験データ解析、乱流輸送モデル開発、さらには、炉心プラズマ設計など、具体的な核融合炉を見据えた定量的なシミュレーション研究が幅広く展開されている。本稿では、ジャイロ運動論シミュレーションから得られる5次元位相空間の分布関数という巨大なデータに対する新しい解析手法として、特に可視化の観点から議論し、これまで見えてこなかったプラズマ乱流の側面を明らかにすべく、我々が進行している取り組みについて紹介する。

### 2. 核融合プラズマの乱流シミュレーション

本稿では、炉心プラズマが作る微細な乱流構造を解析するために開発されたジャイロ運動論コードGKV<sup>2)</sup>に基づいたシミュレーション結果に対して議論を進める。GKVは、プラズマ分布関数を  $f(k_x, k_y, z, v_{\parallel}, v_{\perp}) = F_M + \delta f$  のように熱平衡成分  $F_M$  と

<sup>\*1</sup> 名古屋大学大学院 情報学研究所  
Graduate School of Informatics, Nagoya University, Nagoya 464-8601, Japan

<sup>\*2</sup> 自然科学研究機構 核融合科学研究所  
National Institute for Fusion Science / National Institutes of Natural Sciences, Toki 509-5292, Japan

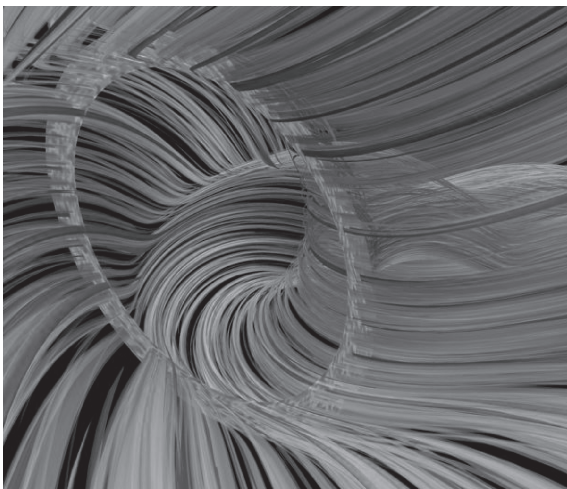
<sup>\*3</sup> 名古屋大学大学院 理学研究科  
Graduate School of Science, Nagoya University, Nagoya 464-8601, Japan

<sup>\*4</sup> 名古屋大学 情報基盤センター  
Information Technology Center, Nagoya University, Nagoya 464-8601, Japan

摂動成分  $\delta f$  に分け、以下に示す摂動成分  $\delta f$  に対する時間発展方程式であるジャイロ運動論方程式（フーリエ空間上で表現されたジャイロ運動論方程式）を解く。（詳細は参考文献 [1, 2] を参照されたい。）

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \delta f_k}{\partial t} + v_{\parallel} \nabla_{\parallel} \delta f_k + \mathbf{ik} \cdot \mathbf{v}_D \delta f_k + N_k - \frac{\mu}{m} \nabla_{\parallel} B \frac{\partial \delta f_k}{\partial v_{\parallel}} \\ &= -\frac{qF_M}{T} \left[ v_{\parallel} \left( \nabla_{\parallel} J_{0k} \delta \phi_k + \frac{\partial J_{0k} A_{\parallel k}}{\partial t} \right) + \mathbf{ik} \cdot \mathbf{v}_D J_{0k} \delta \phi_k \right. \\ & \quad \left. - \mathbf{ik} \cdot \mathbf{v}_* J_{0k} (\delta \phi_k - v_{\parallel} A_{\parallel k}) \right] + C(\delta f_k). \end{aligned} \quad (1)$$

GKV コードでは、特定の磁力線に沿った局所領域（フラックス・チューブ領域）に注目し、式 (1) に基づき摂動分布関数の時間発展を解くことで、プラズマ乱流の微細現象を高精度に取り扱う。磁場揺動や極微細スケール乱流を定量的に扱えるため、大型ヘリカル装置 (LHD)<sup>3)</sup> や JT-60U といった実際の大型プラズマ実験装置を対象にした解析や輸送予測計算にも応用されている。磁力線に垂直方向の実空間は波数空間  $(k_x, k_y)$  としてスペクトル法で、磁力線に平行方向の実空間と速度空間  $(z, v_{\parallel}, v_{\perp})$  は有限差分で解き、時間方向には 4 次のルンゲクッタ法が用いられる。出力は、5 次元位相空間  $(k_x, k_y, z, v_{\parallel}, v_{\perp})$  上の摂動分布関数  $\delta f$  の時間ステップごとのデータであり、これらのデータに対して例えば 2 次元速度空間上で積分を行うことで、**図 1** のようなプラズマ密度の 3 次元実空間分布などを評価することができる。また、実空間上の 1 点に注目すれば、その局所領域での 2 次元速度空間分布関



**図 1** GKV コードから評価された磁場閉じ込めプラズマの 3 次元実空間密度揺動の様子。図では、大型ヘリカル装置 (LHD) の磁場配位における結果を示している。5 次元位相空間上の分布関数を 2 次元速度空間上で積分することで密度揺動の 3 次元実空間分布が得られる。

数を得ることになる。こうした大規模ジャイロ運動論シミュレーションが各国で数多く実行されている中から、近年の研究で明らかになってきた重要な物理として、ゾーナルフローと呼ばれるメソスケールの流れ構造の形成とプラズマ輸送の抑制効果が挙げられる。これは、プラズマ乱流が非線形過程を通じて、トーラス中のポロイダル方向（小半径の円周方向）に沿って帯状に形成された流れが、プラズマの輸送抑制に重要な寄与（輸送の低減）を及ぼすという現象である。特に、プラズマの輸送レベルを如何に低減し閉じ込め性能を向上するかが最重要課題の一つである核融合研究にとっては、この現象を我々の手で制御することが炉の実現に向けた必須の課題として認識されている。従って、ゾーナルフローの物理を理解することが強く求められている。こうしたゾーナルフローや乱流を伴う複雑な構造は、5 次元位相空間上の非線形相互作用に起因して形成されるものであるが、**図 1** で示したような速度空間上で積分した実空間分布や、ある空間一点に注目した速度空間上の分布関数構造など、これまで、5 次元空間分布関数の豊富な情報量の一部のみに限定した解析にとどまっていた。

### 3. ジャイロ運動論シミュレーション・データの可視化

ジャイロ運動論シミュレーションから出力される 5 次元分布関数のデータをより直感的に理解するため、先行研究では**図 2** に示すようなヘッドマウントディスプレイを用いた可視化ツールを開発した<sup>4)</sup>。本ツールは、5 次元位相空間分布関数に対して、3 次元実空間を模擬した仮想空間上の揺動振幅データの一点を指し示すと、その空間点に対応する 2 次元速度空間分布関数が表示される。一旦、3 次元空間上の点を介して残りの 2 次元空間分布を表示することで、結果的に 5 次元データの可視化を実現している。

また、5 次元データに対して主成分解析を行い、実空間 3 次元において、分布関数の主要な成分を抽出することで次元圧縮とデータ量の圧縮を実現する方法も提案されている<sup>5)</sup>。一方、GKV コードでは、前章で述べたように、実空間上の磁場に垂直な 2 次元空間はスペクトル法による波数空間として取り扱っている。これを 3 次元の実空間上で模擬するためには、フーリエ空間上で出力された磁力線垂直成分のデータを実空間に逆フーリエ変換する必要が生じるため、処理が煩雑になるだけでなく、そもそも波数空間上でのデータ解析を求められる場合も多い。そのため上述の可視化法では、詳細な物理解析には適さないことが問題となっ

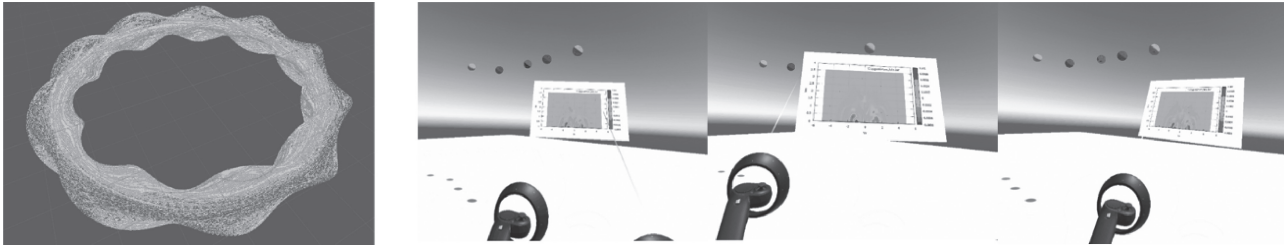


図2 (左)3次元実空間上にプロットした分布関数(2次元速度空間に対しては積分したもの)。(右)モーションコントローラで実空間上の座標点を選択し、対応する速度空間分布を可視化した様子。

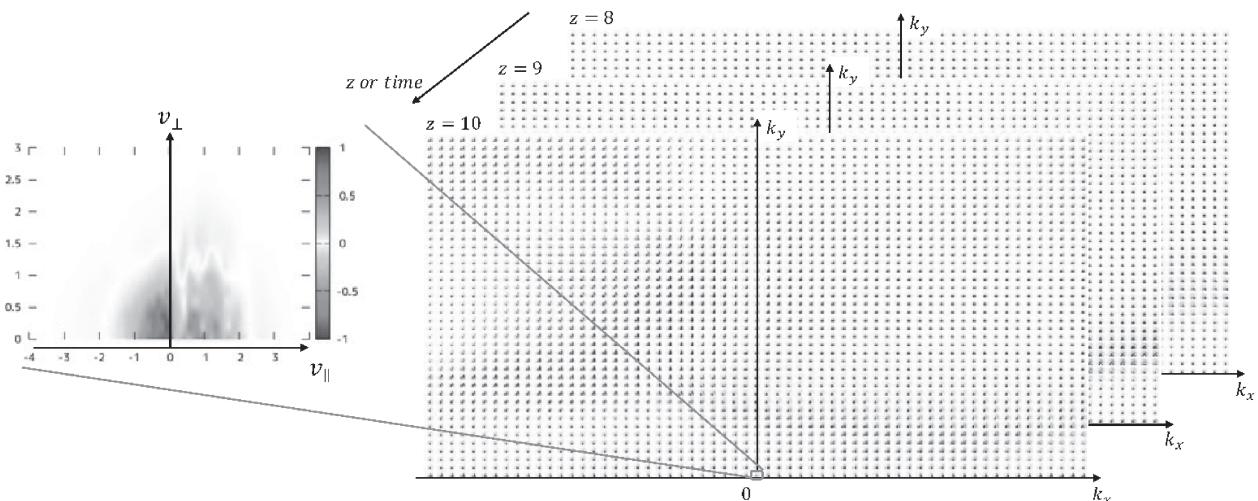


図3 実空間座標  $z$  (または、シミュレーション時間) を固定し、波数空間  $(k_x, k_y)$  上に速度空間分布関数  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$  をマッピングした例。

ていた。特に磁場閉じ込めプラズマ乱流では、これまでに定式化されてきた理論的枠組みの観点においても、磁場に垂直な空間上におけるフーリエ空間上の構造を直接的に議論できることが重要である。そこで我々は、GKV の出力データからのダイレクトな解析を実現するため、2次元波数空間  $(k_x, k_y)$  上における残りの次元方向の分布関数情報を画像データとして取り扱う新しい可視化手法を提案した。すなわち、時系列ごとの5次元という高次元位相空間上の分布関数の特徴を捉えるために、各シミュレーション時間における2次元速度空間  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$  上の分布関数の、2次元波数空間  $(k_x, k_y)$  上の分布画像として、残りの実空間座標  $(z)$  上に並べたプロットを作成した。図3は、速度空間分布プロットを波数空間上にマッピングした例である。マッピング結果は、シミュレーション時間ごとに連続で可視化され、波数空間上での大域的な構造の変化を捉えることができる。前章で述べたゾナルフローは、これまでの多くの研究において、波数空間上のゾナルフロー領域  $(k_y = 0)$  の領域に対応)における揺動振幅が大きいつきに支配的になることが知られていたが、揺動振幅、すなわち速度空間上における積分

量に対してのみの議論にとどまっていた。しかし本手法によって、この領域における分布関数の5次元構造が明確に確認できるようになった。さらに後述するように、当該領域の分布関数には振幅が支配的であるだけでなく、分布関数構造の形状そのものがシミュレーションの長時間にわたって、強固に持続していることが初めて明らかになった。

## 4. ジャイロ運動論シミュレーション・データの解析

### 4.1 類似度解析

波数空間上にマッピングされた2次元速度空間上の分布関数の構造に対して、その類似度を評価することは、構造の特徴を定量化することと、分布関数構造の持続時間を評価するために重要になる。そこで我々は、画像の類似度解析で利用されている局所特徴量に基づく手法を採用した。画像の局所特徴量とは、画素値の急な変化、例えばグレースケールにおける形状や輪郭を、ベクトルの配列として表したものである。本手法では、最初に各波数空間点における速度空間分布の画像データから特徴量抽出を行う。特徴量としては、

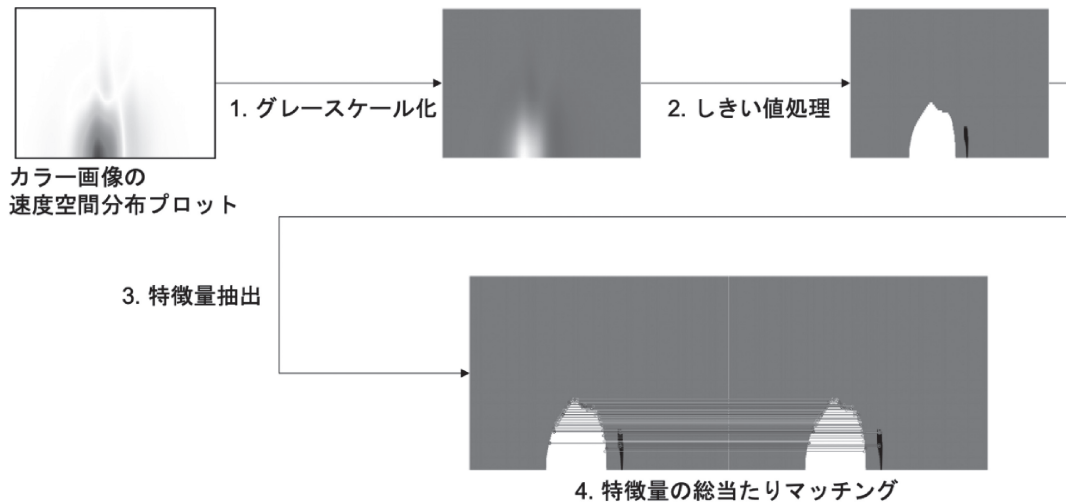


図4 類似度解析の流れ. 各波数空間点における2次元速度空間分布データに対して, 1. グレースケール化, 2. しきい値処理, 3. AKAZE 特徴量抽出, 4. 特徴量の総当たり比較, の順で類似度解析が進む.

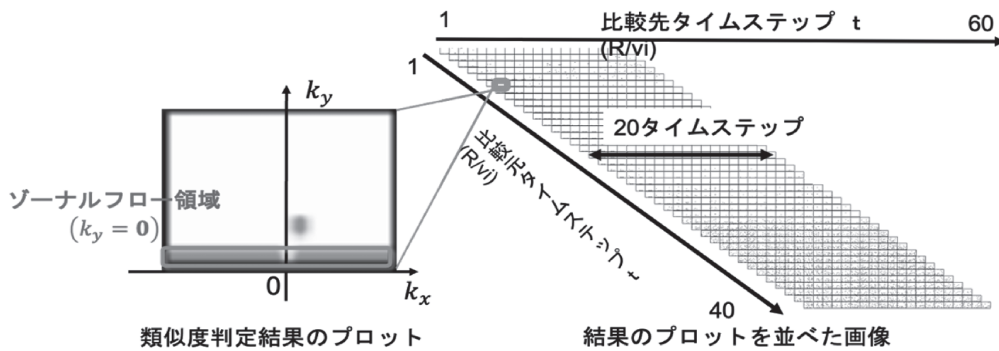


図5 類似した特徴量の可視化. 波数空間上において, 高い類似度が検出された領域がマークされる. シミュレーションの長時間ステップにおいて, ゾーナルフロー領域 (左図の矩形領域) にはマークされた部分, すなわち, 高い類似度を有した構造が強固に維持されていることが分かる.

AKAZE 特徴量<sup>6)</sup>を採用し, 抽出された特徴量について, 全ての波数空間点における画像データの間で総当たりで比較し, 類似度を評価する. AKAZE 特徴量は, 非線形性スケール空間の利点を生かした高速なマルチスケール特徴抽出・記述ができる. 一連の操作を図4に示す. 同じ波数空間座標におけるシミュレーション時間を進めたときの速度空間分布関数の類似度を計算することで, シミュレーションにおいて同じ構造がどの程度持続しているか計算することができる. 図5に示すように, 本類似度解析により, ゾーナルフロー領域において, 長時間維持される構造が確認できる.

#### 4.2 クラスタリング

波数空間上における速度空間分布関数の構造に関して, より正確な特徴を議論するために, 教師なし機械学習の1つであるクラスタリングを速度空間分布プロットに対して適用する. クラスタリングとは, データの集合を類似したデータごとにクラスタと呼ばれるサ

ブセットにグルーピングする手法である. 数あるクラスタリングアルゴリズムの中でも,  $K$ -means アルゴリズム<sup>7)</sup>は, クラスタ数  $K$  とデータ数  $N$  に対して,  $O(KN)$  の計算量となり効率的であるため, マーケティングやバイオインフォマティクスなどさまざまな分野で活用されている<sup>8)</sup>.  $K$ -means アルゴリズムは, クラスタリング対象の各データから最も近いクラスタ中心 (重心) までの距離を最小にする重心を探索する.  $N$  個のデータを  $K$  個のクラスタに分割し, 同一クラスタ内のデータは類似し, 別クラスタのデータは類似しないデータとなる分割を特定する.  $K$ -means アルゴリズムの概略を以下に示す.

1. ランダムに  $K$  個のデータを初期重心として選択する
2. 以下の式 (2) で定義された  $J$  を計算する
3. 各データを最も近いクラスタに割り当てる
4. 各クラスタの重心を再計算する
5.  $J$  を再計算し,  $J'$  とする

6.3. から 5. の手順を  $J$  の変化量がしきい値  $J_{\text{threshold}}$  以下、すなわち  $|J - J'| < J_{\text{threshold}}$  を満たすまで繰り返す。

ここで、 $s_i$  を各データとして、 $\mu_j$  をクラスタ  $c_j$  に属するデータの平均とする。 $\mu_j$  とクラスタ  $c_j$  に属するデータとの二乗誤差の和は次式で定義される。

$$J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \|s_i - \mu_j\|^2. \quad (2)$$

クラスタ割り当てと重心の再計算は、重心の移動距離が事前に設定したしきい値以下となるまで繰り返される。GKV から出力された速度空間分布プロットを  $K$ -means アルゴリズムの入力として与え、速度空間分布プロット間の画素値のユークリッド距離を計算することで、 $K$  個のクラスタを特定する。そして、同一クラスタに割り当てられた速度空間分布プロットを図 6 に示すように濃淡で表現し、時系列に可視化する。これにより、波数空間における類似した構造の配置を捉えることができる。本クラスタリングによって、2次元速度空間分布関数の類似性が、波数空間においてある種の構造を示していることを初めて明らかにした。さらに、類似した構造の持続時間を定量化するために、波数空間座標の各速度空間分布関数について、同じクラ

スタに割り当てられる時間をカウントしている。図 7 は、持続時間を可視化した例である。この図 7 から、波数空間座標の原点近傍では、長時間持続している構造が存在することがわかる。実際、また、波数空間における原点付近のカウント数、すなわち、類似構造の持続時間は、その他の波数空間座標におけるカウント数よりも大きい。このカウント情報を用いることで、シミュレーションにおいて分布関数のロバストな構造が発生する領域を特定することができる。

## 5. おわりに

本稿では、近年のスーパーコンピュータ性能の急速な進歩に応じて、発展が著しい磁場閉じ込めプラズマ乱流シミュレーションから出力される 5 次元位相空間分布関数データの評価、解析手法を紹介した。波数空間における大域的な特徴を捉えるために、2次元速度空間分布関数を画像データとして出力し、各シミュレーション時間において  $z$  座標を固定しながら、2次元波数空間にマッピングすることで、5次元空間上の分布関数の直感的な解析が可能となるデータ解析手法を提案した。次に、さらなる詳細な解析を目指し、2次元速度空間分布関数の類似度解析を実施した。提案手

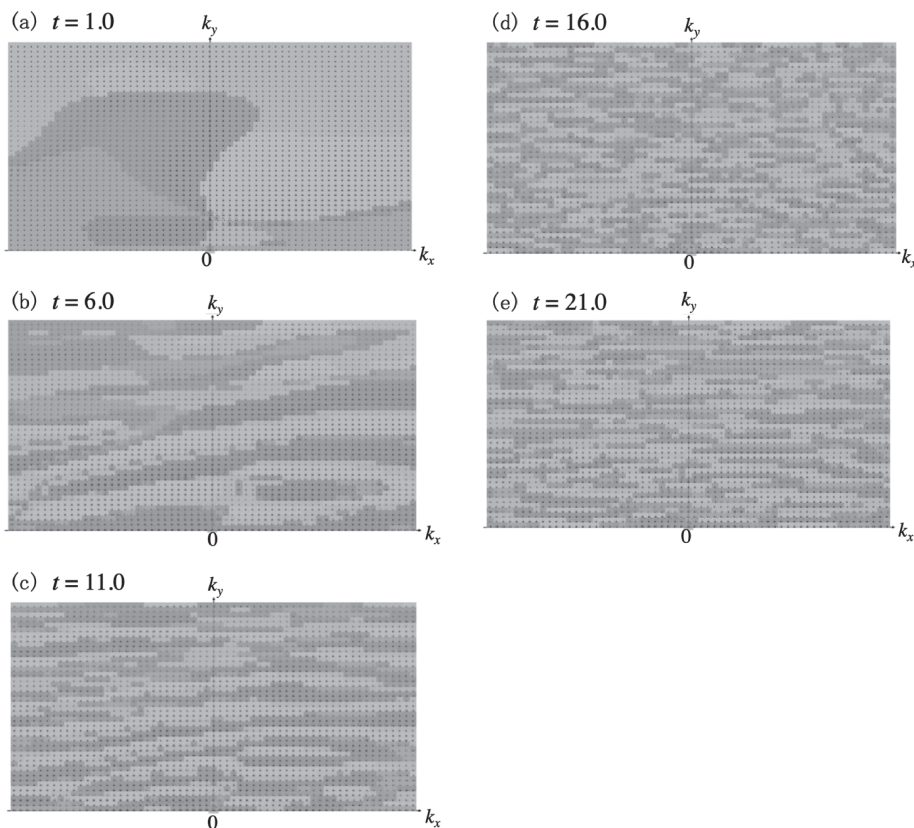


図 6 速度空間分布関数に対するクラスタリングの可視化 ( $K=7$  の場合)。(a) から順にシミュレーション内の時刻  $t=1.0, 6.0, 11.0, 16.0, 21.0$  における結果を表す。

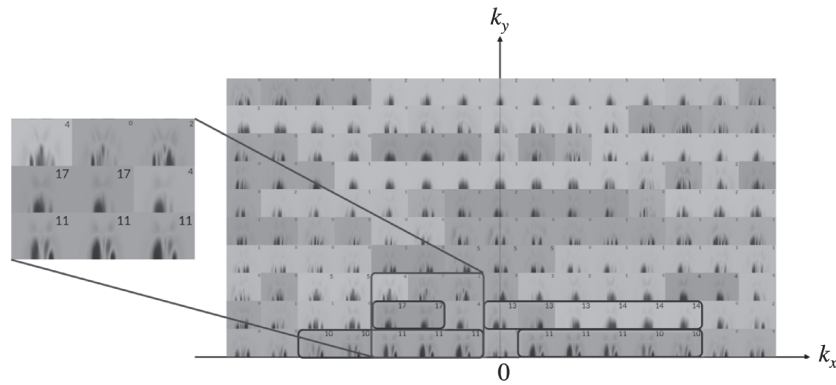


図7 類似した構造の持続時間の可視化例（シミュレーション時刻  $t=21.0$  の原点付近）。各波数空間座標において類似構造の持続時間がカウント数として表示される。矩形で囲んだ領域や、波数空間の原点近傍（拡大図）での持続時間は他の領域と比べて長くなっていることが分かる。

法は、画像の局所特徴量抽出による類似度解析手法を応用したものである。本手法により、2次元速度空間上の特徴的な構造が、波数空間上のゾーナルフロー領域に持続して存在することを初めて明らかにした。また、ジャイロ運動論シミュレーションの出力データ全体に対して、 $K$ -means アルゴリズムによるクラスタリングを適用することで、大規模な速度空間分布関数の中から類似した構造を効率的に特定し、その持続時間を計算した。さらに、分布関数の2次元速度空間上の構造の類似性は、波数空間上においてもロバストに保持されていることが明らかになった。加えて、同一クラスに連続して割り当てられる時間をカウントすることで、類似した構造の持続時間を定量化した。今後は、本手法をさらに多くのシミュレーション事例に適用し、分布関数構造の類似度の普遍性を解析する。加えて、分布関数構造の時間変化を学習することにより、シミュレーションの初期段階で、その後の分布関数の発展の予測を行う分布関数の時間発展モデルを構築することを目指している。

#### 参考文献

1) X. Garbet, Y. Idomura, L. Villard and T. H. Watanabe:

Gyrokinetic simulations of turbulent transport, *Nuclear Fusion*, **50**, 043002 (2010)

- 2) T.-H. Watanabe and H. Sugama: Velocity-space structures of distribution function in toroidal ion temperature gradient turbulence, *Nuclear Fusion*, **46**, 24 (2006)
- 3) Y. Takeiri, T. Morisaki, M. Osakabe, M. Yokoyama, S. Sakakibara, H. Takahashi, Y. Nakamura, T. Oishi, G. Motojima, S. Murakami *et al.*: Extension of the operational regime of the LHD towards a deuterium experiment, *Nuclear Fusion*, **57**, 102023 (2017)
- 4) S. Kitazawa, M. Nunami, H. Ohtani, T. Katagiri, M. Hagino and T. Nagai: The 81st national convention of IPSJ, 2M-05, Fukuoka, Japan (2019)
- 5) Y. Asahi, K. Fujii, D. Manuel Heim, S. Maeyama, X. Garbet, V. Grandgirard, Y. Sarazin, G. Dif-Pradalier, Y. Idomura and M. Yagi: Compressing the time series of five dimensional distribution function data from gyrokinetic simulation using principal component analysis, *Physics of Plasmas*, **28**, 012304 (2021)
- 6) P. F. Alcantarilla, J. Nuevo and A. Bartoli: Fast explicit diffusion for accelerated features in nonlinear scale spaces, *British Machine Vision Conference (BMVC)*, 09 (2013)
- 7) J. MacQueen: Some methods for classification and analysis of multivariate observations, 281, University of California Press, Berkeley (1967)
- 8) A. Jain: Data clustering: 50 years beyond k-means, *Pattern Recognition Letters*, **31**, 651 (2010)