

## NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

プラズマにおけるカオス現象

代表者 河合良信

(1992年10月27日受理)

NIFS-MEMO-7

Nov. 1992

**RESEARCH REPORT**  
**NIFS-MEMO Series**

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

平成3年度  
核融合科学研究所共同研究  
(調査支援研究)  
研究成果報告書

# プラズマにおけるカオス現象

代表者 河合 良信  
(九州大学総合理工)

# Chaotic Phenomena in Plasma, II

Y.Kawai

Interdisciplinary Graduate School of  
Engineering Science, Kyushu University,  
Kasuga, Fukuoka 816, Japan

## Abstract

To review the present status of the research on plasma chaos, a working group was organized in 1990. The second meeting of the working group was held on December 1991 at National Institute for Fusion Science. This is the report of the second meeting, which contains both experimental and theoretical works.

**Keywords :** chaos, sheath, electron-beam, RFP, dynamo, self-organization, stochastic magnetic field, Alfvén wave

## 目 次

1.	はじめに -----	1
	九大総理工 河合良信	
2.	プラズマ中のカオス現象—基礎実験 -----	2
	名大工 大野哲靖	
3.	RFPの自己組織化 -----	9
	京都工芸繊維大工芸 正宗貞男	
4.	大型ヘリカル装置 (LHD) における粒子軌道のカオス -----	12
	核融合研 渡邊二太、羽鳥尹承 島根大理 石田亨	
5.	不均一磁場中の電子サイクロトロン波 (ECW) プラズマからの X 線放射 -----	29
	九大総理工 田中雅慶、玉置誠、 小森彰夫、河合良信 九大応力研 河野光雄	
6.	イオンシースにおけるカオス現象 -----	35
	九大総理工 小森彰夫、田中雅慶、 河合良信、 九大応力研 河野光雄	
7.	イオンシースにおけるカオス -----	38
	九大応力研 河野光雄 九大総理工 小森彰夫	
8.	Structure of The Woltjer State of a Plasma -----	41
	東大工 吉田善章	
9.	RFPダイナモに伴う異常粒子輸送のシミュレーション解析 ---	47
	大阪工大工 長田昭義 名大プラズマ科学 佐藤紘一 核融合研 天野恒雄	
10.	逆磁場ピンチにおける非線形現象と自己組織化 -----	54
	電総研プラズマ 平野洋一	

## はじめに

本報告書は、下記の要領で行われた平成3年度核融合科学研究所共同研究（支援調査研究）プラズマにおけるカオス現象に関する作業会の記録である。

日 時 平成3年12月3日 13:00より  
5日 15:00まで  
場 所 核融合科学研究所 企画室

本調査研究の目的はプラズマにおけるカオス現象に関する研究を調査し、プラズマ物理の新しい領域を開拓する事である。特に平成3年度は、

- (1) 散逸系、保存系カオスのレビュー
- (2) ヘリカル系やトカマクの研究者の参加

に力点がおかれた。作業会ではこれらの点について十分な議論がなされ、今後の進め方も検討された。

なお、以下の報告中にトカマクに関するものが少ないので、ここに簡単に記述しておく。

- (1) JETなどのトカマクの周辺磁場の時間変動から、非整数相関次元が観測されている。しかし、そのモデル化は未だされていない。
- (2) コヒーレントな磁場の activity として、 $m/n$  (poloidal mode number/toroidal mode number) = 1/1, 2/1, 3/2 ... が観測されている。これらの異なる helicity の mode 間の結合により空間の一部が磁気カオス構造となり何らかな巨視的效果をもたらす可能性もある。この始点からの研究は不十分である。
- (3) 乱流的磁場の activity と異常輸送の関係は、物理的議論に上の段階ではなさそうだ。磁場揺動とエネルギー閉じ込め時間との相関の有無も各 device によって、又運動のモードによって異なっている。輸送係数の準線形理論と磁場揺動の観測値の間に矛盾がある。プラズマ内部の磁場揺動を空間分解能良く観測する手法の開発が望まれる。

# プラズマ中のカオス現象

## ----- 基礎実験 -----

名古屋大学工学部 大野哲靖

カオスは1974年にMayにより見い出されから<sup>1)</sup>、現在まで様々な物理分野に共通した現象として盛んに研究が行われてきた。当初はLiとYorkの研究に代表されるように理論研究が主であったが<sup>2)</sup>、1979年にFeigenbaumにより実験的に観測可能なカオスの普遍定数が発見されたのを契機に様々な分野で実験研究が行われるようになった<sup>3)</sup>。これまでカオスを示す物理系として、非線形電気回路、強制振子、流体力学、非線形光学系、化学反応系などが報告されている<sup>4)-7)</sup>。研究対象である物理系が次第に複雑になっているのが特徴であり、プラズマは多様な現象を内在しており複雑な系の代表と言える。

実験の立場からカオスの定義を考えてみよう。カオスの定義とは

- [1] 力学系（保存系、散逸系を含めて）の解が不規則に振舞うこと
- [2] 解の相空間での軌道が不安定であること

である。[1]は実験的にはパワースペクトラムが連続成分を持つことにより分る。しかし、このような連続スペクトルは外部雑音や系の自由度が無限大である場合にも現れる。特にプラズマの場合、乱流現象を始め本質的には無限自由度の系であり、尚かつ実験ではバックグラウンドに必ず雑音成分が存在するため、連続スペクトルが系の非線形性により発生したものであり、外部雑音や系の無限自由度によるものではないことを判別することが重要である。[2]に関しては相空間の近接軌道の時間経過による広がり調べる必要がある。しかし、実験で得られるのは一次元の時系列データであるのがほとんどであり、そこから上記の判定をする情報を得る必要がある。そのために理論的に以下に示すカオス解析のための手法が考えられた。

- 1) 一次元時系列データからの相空間の再構成
- 2) 相関次元
- 3) リアプノフ指数
- 4) 一般化次元と $f(\alpha)$ スペクトラム

1)はターケンスにより見いだされた方法で一次元時系列データ上で適当な時間遅れをとることによって位相空間を再構成できるものである<sup>8)</sup>。2)-4)は再構成された

位相空間の構造から導き出される量であり、それらを求めるために様々なアルゴリズムが提案されている<sup>9) - 14)</sup>。例えば、連続スペクトルが観測された場合、相関次元を時系列データから求めることにより系の自由度の大きさを決定でき、それが外部雑音もしくは系が無限自由度であることによるものか、それともカオス現象であるかを区別することができる。また、[2]は3)のリアプノフ指数が正であることに対応する。しかし実際実験でリアプノフ指数を求めるにはかなり長時間の時系列データが必要である。以上のような解析は単発的にプラズマ中で乱れた現象が観測されたときそれがカオスであるかどうか調べるのに極めて有効である。現在、核融合プラズマの周辺部の揺動を始め、さまざまなプラズマ中の揺動に対して解析が行われている所である。

一方、観測される現象が外部より実験的に制御可能なパラメータ（例えば、放電の場合、電圧、電流など）で変化する場合、カオスへの遷移を調べることもできる。カオスへ至る遷移の代表的な例としては、

- {1} 周期倍化分岐からのカオス
- {2} 間欠性カオス
- {3} 準周期運動からのカオス

が挙げられる。前に述べたFeigenbaumの普遍定数は {1} の遷移において見いだされたものである。他の分野と同じく、プラズマの基礎実験でも上記のような遷移の観測例が幾つか報告されている。以下具体的な報告について幾つか紹介する。

始めて、プラズマの基礎実験でカオス現象の検証を目的としたのはR. W. Boswellの電子ビーム系の実験である<sup>15)</sup>。実験装置の概略図を図1(a)に示す。プラズマは乾燥空気中 ( $6 \times 10^{-6}$  Torr) に電子銃により電子ビームを入射し生成する。このとき電子ビームの

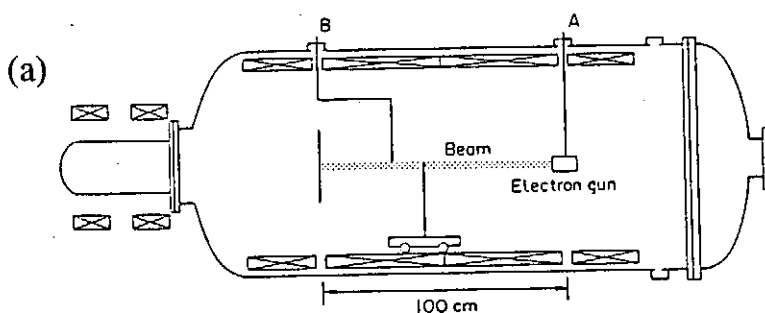


FIG. 1.—The experimental device WOMBAT.

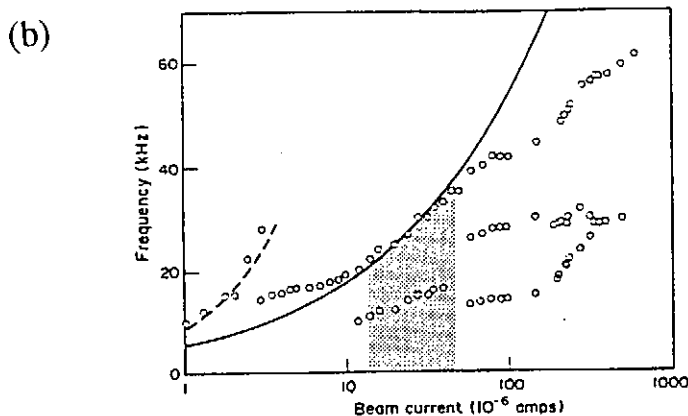


FIG. 3.—Variation of the dominant frequencies (o) as the beam current is increased. Dashed line represents perturbation of rigid rotator equilibrium; solid line the ion plasma frequency for the neutralized electron beam. Shaded region shows where the oscillations are essentially chaotic.

図1 電子ビーム系のカオス実験 (a) 実験装置; (b) 周波数分岐のダイアグラム。文献15)より抜粋。

存在で発生した径方向の強い電場により、周波数がイオンプラズマ周波数程度の不安定性 (Kelvin-Helmholtz 不安定性) が自然励起される。電子ビームの電流値を上げて行くと図 1 (b) に示されているように約  $20 \mu\text{A}$  で周期倍化を起こし 2 周期振動が励起される。更にビーム電流を大きくするとカオス状態を経た後、3 周期振動が観測された。また 30 分後に同じ実験を行ったところ周期倍化は起こらなかったと報告されており、この再現性の悪さはカオスの初期値依存性の強さに対

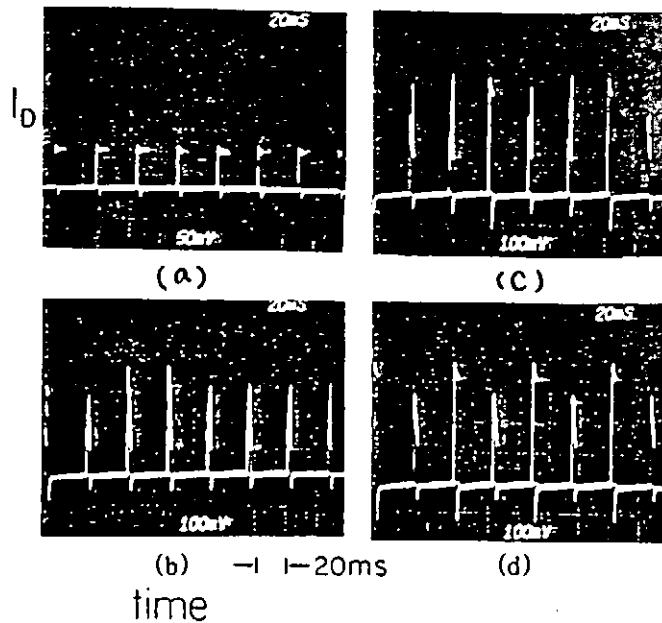


FIG. 1. Time sequence of current discharge pulses at (a)  $V_D = 48 \text{ V}$ , (b)  $V_D = 61 \text{ V}$ , (c)  $V_D = 66 \text{ V}$ , and (d)  $V_D = 67 \text{ V}$ . The data are obtained at  $I_f = 125 \text{ A}$  and  $N_a = 3 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

図 2 パルス放電において周期倍化を表す時系列データ。文献 16) より抜粋

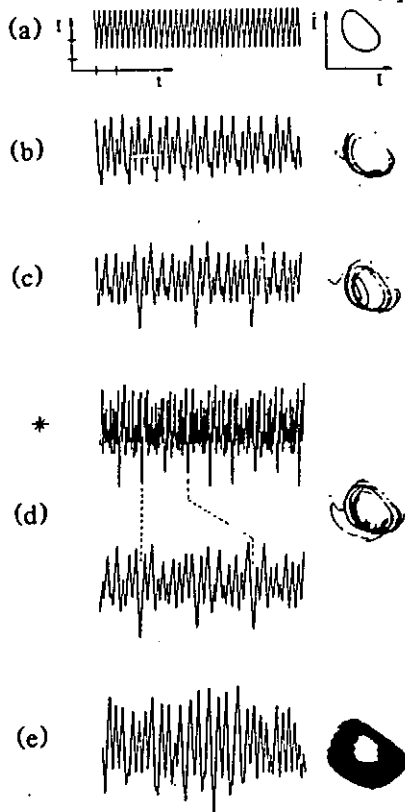


FIG. 3. Experimental results for a helium spectral lamp operating at about  $35 \text{ mA}$ . The description is similar to that in Fig. 2, the scales being now  $0.1 \text{ mA/division}$  and  $20 \mu\text{s/division}$  except in graph marked with an asterisk where it is  $50 \mu\text{s/division}$ .

図 3 ヘリウム放電管で観測された 5 周期系の周期倍化現象。文献 17) より抜粋。

応していると結論づけている。この実験では、周期倍化が 2 周期までしか観測されておらず Feigenbaum 定数も得られていないが、カオスを研究対象とした最初のプラズマ基礎実験として意義あるものと言えよう。その後、放電現象に関連した分岐現象が P. Y. Cheung と A. Y. Wong により報告された<sup>16)</sup>。熱陰極にタングステンフィラメント用い、陰極と陽極間にパルスの放電電圧 (パルス幅  $2 \sim 3 \text{ msec}$ ) を印加しプラズマを生成する。このとき放電電圧を大きくしていくと、分岐現象が観測される (図 2)。また、Feigenbaum 定数  $\delta \sim 4.4 \pm 0.3$  が得られている。放電現象に関しては更に Thomas Braun らにより既成のヘリウム放電管で発生する自励



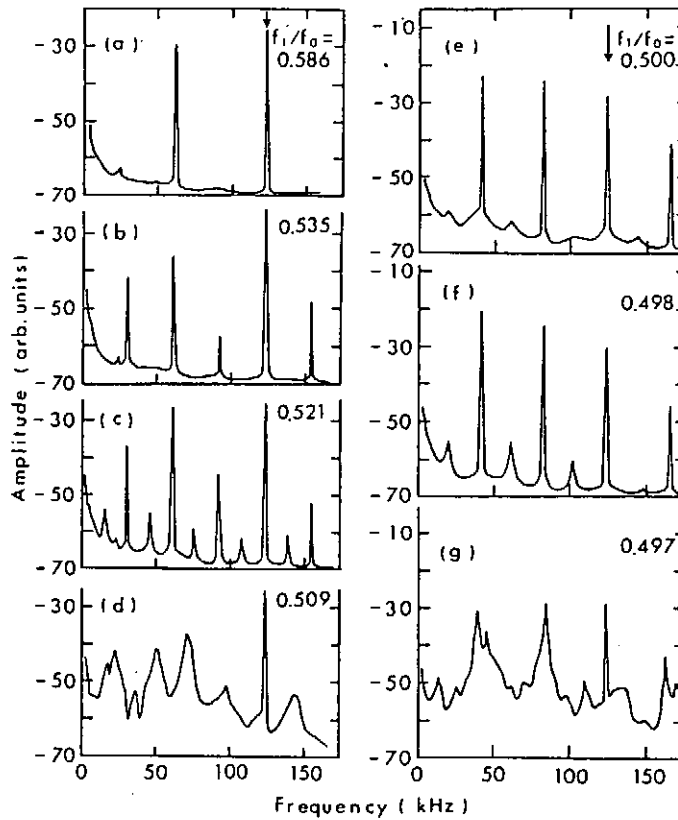


Fig. 2. (a)-(c) Frequency spectrum of the plasma current for successive period doublings. (d) Chaotic spectrum corresponding to the nonperiodic oscillation. (e) and (f) Period tripling with additional period doubling. (g) Secondary chaotic spectrum. The arrow indicates the driving frequency  $f_1$  ( $=126$  kHz). The frequency  $f_0$  is half the ion plasma frequency.  $I_0=24-37$  mA and  $V_p=7.2$  V.

図4 イオンシース中で観測された周期倍化分岐現象。文献19)より抜粋。

振動の周期倍化現象が報告されている<sup>17)</sup>。ここでは図3に示すように二次元のヘノンマップによって説明される新しい分岐過程が観測された。また、シースの不安定性<sup>18)</sup>に関連した周期倍化現象が大野らによって報告されている<sup>19)</sup>。ダブル・プラズマ装置中に置かれた負にバイアスされたグリッド前面に形成されるイオンシース中に不安定性が励起されるとき、グリッドに外部から正弦的な電圧を印加する。このとき不安定性と外部強制振動の周波数比を変化させると図4に示すような周波数分岐現象が観測される。また他のプラズマの基礎実験において幾つか周期倍化分岐現象の報告がある<sup>20)21)</sup>。

間欠性カオスに関してはP. Y. Cheungらによる報告がある<sup>22)</sup>。彼

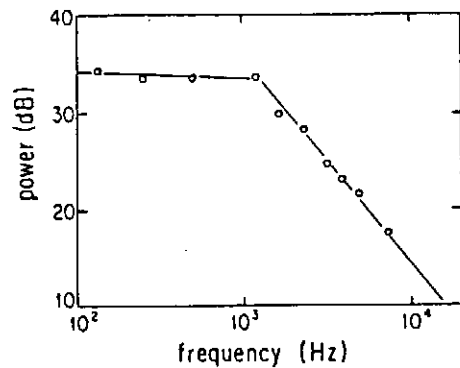


FIG. 3. Low-frequency spectral noise power dependence on frequency. The data are the same as the low-frequency portion of the FFT spectrum presented in Fig. 2 for  $V_0=8.6$  V but are replotted on a log-log plot.

図5 放電で観測された間欠性カオスの特徴である $1/f$ ノイズを示すスペクトル。文献22)より抜粋。

等は熱陰極にリング状のタングステンフィラメントを用いた直流放電の放電電圧 $V_0$ に正弦波を重畳し、その振幅を大きくしていくことにより、タイプ1の間欠性カオスを観測した。その際、図5に示されているように間欠性カオスに特徴的な量である $1/f$ ノイズを得ている。

これまではカオス現象の時間変化だけを考えた実験であった。しかし、プラズマ中の現象は波動現象を始め時-空間構造が本質的であると考えられる。現在、時-空間カオスに関して理論的研究がなされつつある。プラズマの基礎実験においても時-空間カオスに対する実験がJ. H. ChuとLin<sup>1</sup>によって行われた<sup>2,3)</sup>。実験は図6(a)のような同軸型のrf放電装置で行われた。内部に存在する強い電界と大きい密度勾配のため不安定性が励起される。rf電源の出力を変化させていくと準周期運動が観測される。このとき方位角方向に約 $12^\circ$ 離れて置かれた2本のプローブ信号の相互相関を求めると、あるrf出力以上で急激に相関が減少する。彼等はこれを時-空間カオスであると考えている。図6(b)はその実験結果である。dは相関次元を表している。rfの出力が0.2V以上で相互相関の値が0.7まで減少し、相関次元が12まで大きくなっていることが分る。しかし、この実験において解析に用いられたデータ点は1024点しかなく、一般に10程度の相関次元を求めるのに不十分だと考えられるため、実際現象が乱流的になっている可能性が高い。また相互相関の減少だけで時-空間カオスであると判別している点が問題として残る。このためこの結果が時-空間カオスを検証したとするには不十分であると思われるが、プラズマの基礎実験において始めて時-空間カオスを意識した実験がなされたことは今後の実験研究の方向性を示唆していると考えられる。

これまでのプラズマ基礎実験におけるカオス研究を分類すると

- [1] 放電現象or不安定性、
- [2] 自励振動系or外部強制振動系、
- [3] 時間変化or時-空間変化と三つの項目で分類できる。これまでの実験はこれら三つの項目のそれぞれの組み合わせで表される。

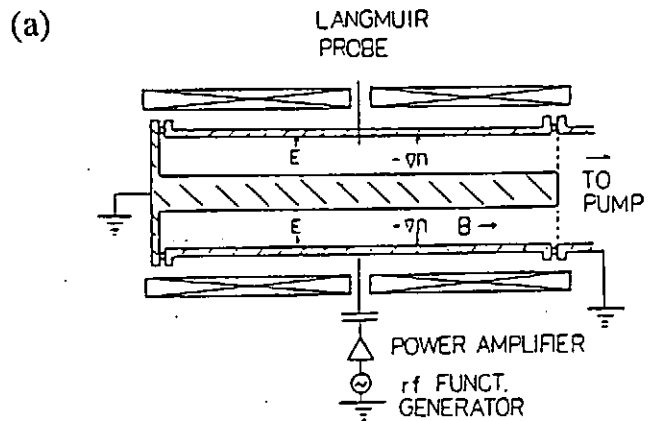


FIG. 1. Side view of the cylindrical rf magnetron system.

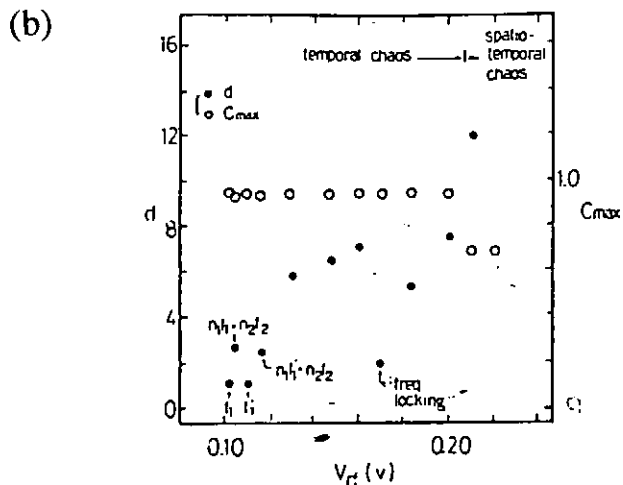


FIG. 8. Spatial correlation  $C_{max}$  between the  $12^\circ$  separated probe signals and the correlation dimension  $d$  vs  $V_{rf}$ .

図6 時-空間カオスの実験。(a) 実験装置；(b) rf出力に対する相関次元と相互相関の値の変化。文献2,3)より抜粋。

全体的には、まだ放電現象を含めプラズマ物理の様々な分野でカオス現象がプラズマ中に存在するのかを検証している段階である。

### 今後の課題

これまで述べたようにプラズマの基礎実験におけるカオス現象の研究は、まだカオスの検証段階にあり、端緒についたばかりと言ってよい。これからの研究の方向としてはカオス現象が本質的にプラズマに対してどのような影響を与えるかを研究する必要があると考えられる。一つはカオスの発生により実際のプラズマ中の物理量（例えば拡散係数）等がいかに変化するかを実験的に調べる必要がある。また、プラズマ中の多様な波動現象と時-空間構造を持ったカオスとの関係を明らかにすることも重要であると考えられる。この場合、分散関係を含む空間自由度の問題をどのように扱い、実験的に空間自由度を制御するかが問題となる。いずれの場合も実験研究だけでは不十分であり、理論研究が不可欠であると考えられる。しかし、これまでプラズマ基礎実験で観測されたカオス現象を説明する理論はほとんどなかったと言ってよい。それは、プラズマ中のカオス現象の検証のみに注目していたため、理論構築に必要な基礎的物理量に関するデータを実験側が提供してなかったのが第一の原因であると考えられる。そのため、今後プラズマ中のカオス現象に対して実験と理論双方の研究者による相補的研究が行われる必要がある。

### 参考文献

- 1) R. M. May, *Science*, 186(1974)645.
- 2) T. Y. Li and J. A. Yorke, *Amer. Math. Monthly* 82(1975)985.
- 3) M. J. Feigenbaum: *J. Stat. Phys.* 19(1978)25.
- 4) A. Brandstater, J. Swift, H. L. Swinney, A. Wolf, J. D. Farmer, E. Jen and P. J. Crutchfield: *Phys. Rev. Lett.* 51(1983)1442.
- 5) H. Nakatsuka, S. Asaoka, H. Itoh, K. Ikeda and M. Matsuoka: *Phys. Rev. Lett.* 50(1983)109.
- 6) S. D. Brorson, D. Dewey and P. S. Linsey: *Phys. Rev.* A28(1983)1201.
- 7) P. S. Linsey: *Phys. Rev. Lett.* 47(1981)1349.
- 8) F. Takens: in *Dynamical Systems and Turbulence: Vol. 898 of Lecture Notes in Mathematics*, edited by D. A. Rnand and L. S. Young(Springer, Berlin, 1981), 336
- 9) M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, A. Libchaber, I. Procaccia and J. Stavans: *Phys. Rev. Lett.* 55(1985)2798.
- 10) I. Shimada and T. Nagashima: *Prog. Theor. Phys.* 61(1979)1605..
- 11) P. Grassbergaer and I. Procaccia: *Phys. Rev. Lett.* 50(1983)346 .
- 12) T. C. Halsey, M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, I. Procaccia and B. I. Shraiman: *Phys. Rev.* A33(1986)1141.
- 13) S. Sato, M. Sano and Y. Sawada: *Prog. Theor. Phys.* 77(1987)1.

- 14) H. G. E. Hentschel and I. Procaccia: *Physica*, 8D(1983)435.
- 15) R. W. Boswell: *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 27(1985)405.
- 16) P. Y. Cheung and A. Y. Wong: *Phys. Rev. Lett.* 59(1987)551.
- 17) T. Braun, J. A. Lisboa, R. E. Francke and J. A. C. Gallas: *Phys. Rev. Lett.* 59(1987)613.
- 18) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai: *Phys. Fluids* B3(1991)228.
- 19) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai: *J. Phys. Soc. Jpn.* 58(1989)28.
- 20) D. Boro, V.N. Rai and P. K. Kaw: *Phys. Lett.* 119(1987)411.
- 21) J. Qin, L. Wang, D. P. Yuan, P. Gao, and B. Z. Zhang: *Phys. Rev. Lett.* 63(1989)163.
- 22) P. Y. Cheung, S. Donovan and A. Y. Wong: *Phys. Rev. Lett.* 61(1988)1360.
- 23) J. H. Chu and Lin I: *Phys. Rev* A39(1989)223.

# R F P の 自 己 組 織 化

京都工芸繊維大・工芸 政宗貞男

逆磁場ピンチ (RFP) は MHD 緩和した系として特徴づけられるトロイダル電流系の 1 つである。RFP 配位の特徴はトロイダル磁場が周辺部で中心部に対して逆転することである。MHD 緩和による RFP 配位の形成および磁場の抵抗性拡散に抗して配位が準定常的に維持されること (ダイナモ) を、RFP における自己組織化と呼んでいる。

小型 RFP 装置 STP-3M ( $R/a = 0.5 \text{ m} / 0.1 \text{ m}$ ) において観測された、ダイナモにおける  $m$  (トロイダルモード数) = 1 テアリングモードの振舞いは次のとおりである。[1] (図 1) トロイダル磁束の増加・維持は周期が  $20 - 40 \mu\text{sec}$  程度のパルスの増加の繰り返しの結果として生じている。各増加事象の前駆現象として  $m = 1$  モードが成長する。トロイダルモード ( $n$ ) スペクトルは、中心付近に共鳴面を持つ  $n = 10$  を中心に  $\Delta n = 10$  程度の広がりを持っている。 $m = 1$  モードは磁束増加と同程度の周期で成長・減衰を繰り返す。 $m = 1$  モードの減衰フェーズで  $m = 0$  モードが成長し、 $m = 0$  モードの成長に同期して磁束が増大する。磁場揺動のこのような振舞いは MHD シミュレーションの結果 [2] とよく一致しており、 $m = 1$  テアリングモードの非線形結合過程で説明することができる。 $m = 1$  磁気島の重なあいの結果、磁力線がストキャスティックになる (カオス化が起こる) ことがシミュレーションによって示されている。[2] 実験的には、磁束増大と同期して観測される高エネルギー電子の壁への損失およびイオンの粒子束 (外向き) の増大などがカオス的な磁力線構造に関係すると考えられている。

カオス的な磁力線構造と関係するダイナモのモデルが最近注目を集めている。磁場の揺らぎの径方向成分が存在し、磁力線方向の揺らぎの相関長に比べて平均自由行程が充分長い (非熱的) 高速電子が存在すれば、この電子は磁力線と共に径方向に拡散してゆき、この電子の運ぶ電流により RFP 配位の維持が可能となる、というモデル (KDT) である。[3] 高速電子はプラズマ中心部で生成される (OH 電場による加速) と考えられている。

中型の RFP 装置 ZT-40M ( $R/a = 1.14 \text{ m} / 0.2 \text{ m}$ ) のプラズマ周辺部 ( $r/a > 3/4$ ) で、静電エネルギー分析器 (EEA) を用いた高速電子の測定が行われている。[4] 図 2 に放電波形と共に EEA 電流  $I_{EEA}$  の時間変化を示す。EEA 電流は平均的な成分とパルス状の変動分とから成っている。この変動成分は EEA 前面板の浮遊電位  $V_{FP}$  の変動成分と強い相関を持っている。

図3に4-5ms, 5-6ms, 9.5-10.5msの1ms間で平均したEEA電流のリペラ電極電圧依存性を示す。片対数表示の傾きから電子の温度が求められ、バルク成分( $T_e \sim 20\text{eV}$ )に加えて高エネルギー成分が存在するのがわかる。この高速電子は磁力線に沿って片側(中心でOH電場により加速される方向)からEEAに入射する。さらに、この高速電子の運ぶ電流がRFP配位を維持するのに必要な電流の大部分を担う可能性があることも、プラズマ周辺部では調べられている。磁力線のカオス構造に関係するこのような高速電子の振舞いは、電流密度の輸送という観点からも興味深いものと思われる。

RFP放電の種々の揺らぎの信号をカオスという立場で解析することが試みられている。大型のRFP装置MST( $R/a = 1.5\text{m}/0.5\text{m}$ )で得られた磁場の揺らぎ、静電的揺らぎ(イオン飽和電流)、プラズマ電流、周電圧、電子密度などの信号に対してGrassberger-Proccacciaの方法を適用し、カオティックアトラクターの相関次元を求める試みがなされている。

[5] 現在のところ埋め込み次元に対して相関次元が飽和する傾向は見いだされておらず、RFPの揺らぎ信号の中には低次元のアトラクターは存在しないようである。

#### REFERENCES

- [1] H.ARIMOTO et al., J. Phys. Soc. Jpn. 61 (No.4) 1992 (to appear).
- [2] T.S.CHEN et al., J. Phys. Soc. Jpn. 61 (No.2) 1992.
- [3] A.R.JACOBSON et al., Phys. Rev. A 29 (1984) 3335.
- [4] J.C.INGRAHAM et al., Phys. Fluids B 2 (1990) 143.
- [5] C.WATTS et al., Bull. Am. Phys. Soc. 35 (1990) 2011.

図 1. STP-3Mのダイナモにおける磁場揺動. (a) トロイダル磁束, (b)  $m=0$ モードの振幅, (c)  $m=1$ モードの振幅, (d) ポロイダル磁場の揺らぎ (微分信号).

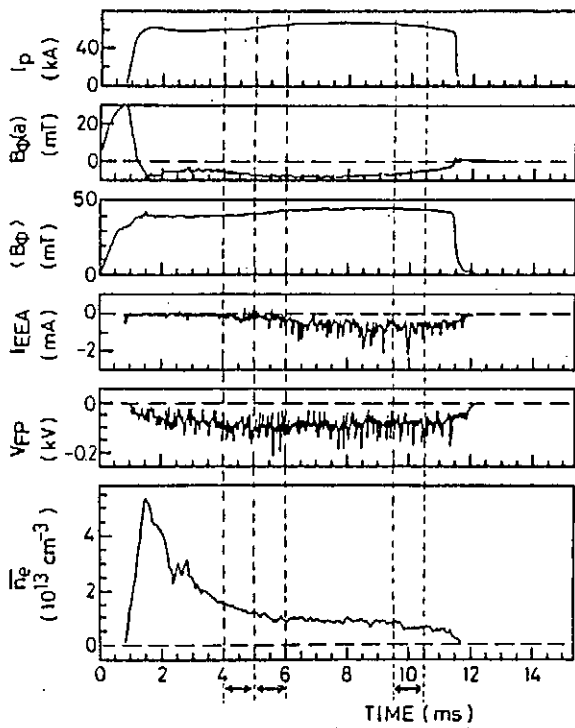
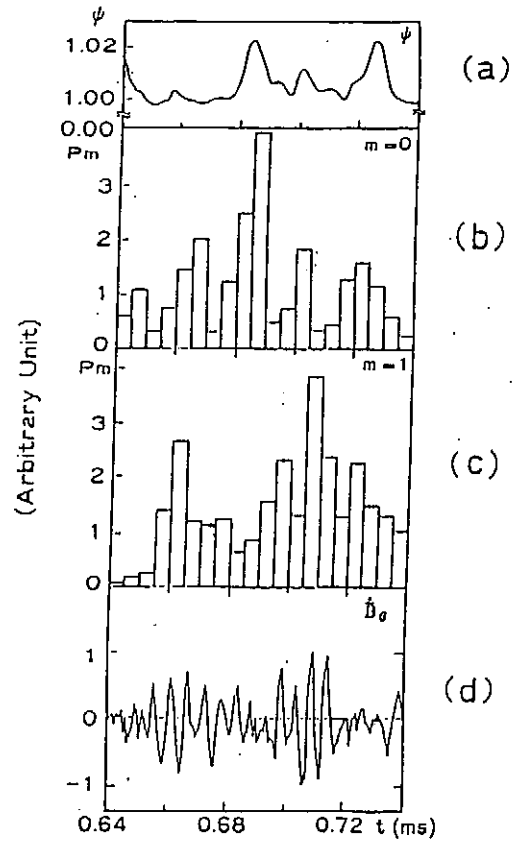


図 2. ZT-40Mの放電波形と静電エネルギー分析器の電子電流  $I_{EEA}$ , 分析器前板の浮遊電位  $V_{FP}$ .

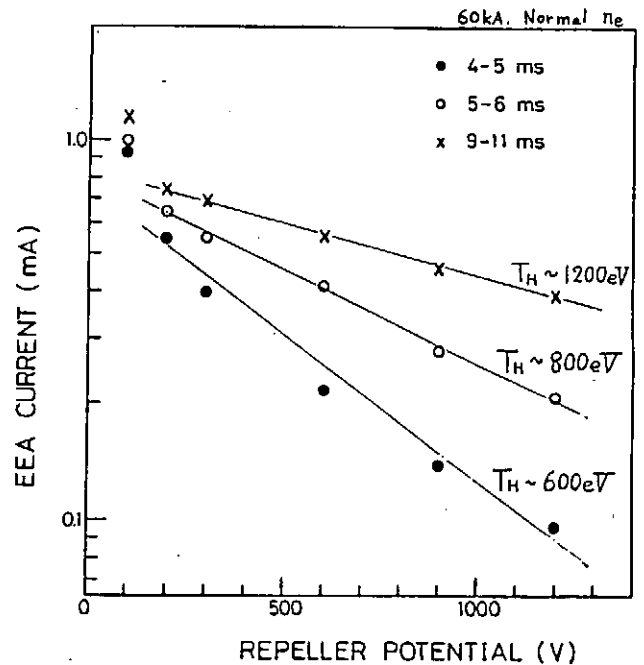


図 3. 電子エネルギー分布の時間変化.

# 大型ヘリカル装置（LHD）における粒子軌道のカオス

渡辺二太, 石田 亨<sup>^</sup>, 羽鳥尹承

核融合科学研究所, 島根大学理学部<sup>^</sup>

## 概要

核融合科学研究所で建設中の大型ヘリカル装置（LHD）の磁場配位のもとで高エネルギーイオンのドリフト軌道を高精度・長時間追跡し、LHD磁場の粒子保持特性を数値的に調べた。

LHDは非軸対称系のため、エネルギー積分のみが粒子軌道方程式の自明な積分量となる。このため粒子の位相空間はトーラス領域（ドリフト面を形成する領域）とカオス領域とに分けられる。これに応じて粒子の位相空間は完全保持領域と欠落領域とカオス軌道領域とが形成される。

粒子の位相空間の領域分類を、磁力線に沿った磁場強度分布から推定し、その正しさをドリフト方程式の系統的数値計算で確認した。LHDの完全保持領域には大きく分けて3種のドリフト面（タイプI, II, III）が存在する。欠落領域はドリフト面がプラズマ容器壁と交叉する粒子の位相空間領域で、この領域にある粒子は短時間にプラズマ容器壁に到達して消滅する。カオス軌道領域の粒子は比較的長いあいだ磁場容器内に保持される。カオス軌道粒子にたいしては長時間の系統的軌道追跡を数値的に行ない、カオス軌道領域の粒子保持時間は粒子の初期条件（出発点、ピッチ角、エネルギー）の関数で、磁場強度により調節可能であることを確認した。

ポアンカレ写像図（ドリフト面）が2個のパナナとなるタイプIII型の粒子軌道とカオス軌道とは磁気面深部領域と最外殻磁気面外のカオス磁力線領域（周辺部領域）との間を絶えず行き来する。

磁気容器内から流出した粒子のプラズマ容器壁との衝突地点を磁力線のダイバータチャートと比較することにより、最外殻磁気面の近傍、およびそれより内部の領域を出発点とした高エネルギー損失粒子は全てダイバータ領域へ流入することを確認した。

炉心深部域に到達しているカオス軌道領域はLHD型磁場配位を用いた定常核融合炉の運転制御に有効手段を提供すると期待される。

## §1 序

文部省核融合科学研究所を中心として大型ヘリカル装置（LHD）の研究計画が進行している[1]。この研究においては

高 $n\tau T$ プラズマの生成と輸送の研究、  
高ベータプラズマの実現とその物理解析、  
ダイバータによる準定常プラズマの制御、  
ヘリカル型炉心プラズマにおけるアルファ粒子の  
模擬実験、等が

重要研究課題として掲げられ、様々な角度から検討が加えられ、各種要素の開発も進められている[2]。

LHDの研究課題を遂行していく上には高エネルギー粒子の軌道損失を定量的に把握しておくことが不可欠である。LHDの磁場配位選択の条件の一つにはプ

ラズマ半径の $1/3$ に位置する地点から出発した粒子は軌道損失しないことが要請されている[3]。

LHDあるいはそれに準ずる磁場配位のもとにおける粒子軌道解析は様々な角度から進められてきた[4, 5, 6, 7, 8, 9]。

LHDの粒子軌道解析の多くは最外殻磁気面を損失境界と設定し、この境界に粒子軌道が到達するならばその粒子は損失粒子と判定し、この境界に到達しない粒子は閉じ込め粒子と判定するものであった。この判定規準にしたがって粒子の位相空間も閉じ込め領域と損失領域（ロスコーン領域）とに分類されている。

力学系（決定論的方程式）の解が示す乱雑な運動から導入されたカオスの概念は、その多様性が広く認識され、また、熱平衡から遠く隔たった非線形非平衡系



のカオスは、流体乱流、非線形化学反応、核融合などの物理的基礎としての研究も進められている。ここではカオスの概念でLHDの粒子軌道を整理しよう。

変数分離可能な力学系（可積分系）は、位相空間の全領域がトーラス領域となり、粒子運動の全体描像を完全に把握することができる。変数分離可能な力学系（可積分系）に摂動が加えられたとき、粒子の位相空間は積分の存在するKAMトーラス領域と積分の存在しないカオス領域とに分類される[9]。KAMトーラス領域ならば軌道のポアンカレ写像図は曲線を形成し、カオス領域ならばポアンカレ写像図は広がりを持った空間を乱雑に埋める点の集合となる。

磁場による粒子閉じ込めをカオスの概念で整理すれば次ぎようになる。すなわち、トカマクに代表される軸対称系では、エネルギー積分に加えて角運動量保存則も成立するので、全ての粒子はドリフト面を形成し、このドリフト面がプラズマ容器壁と交叉しなければ粒子は完全に磁場に捕捉され、ドリフト面がプラズマ容器壁と交叉するならばその粒子は損失粒子となる。これに応じて、トカマクにおける粒子の位相空間は閉じ込め領域と欠落領域（損失領域）にくっきりと分けられる。よってトカマクにおける粒子閉じ込め研究は粒子間衝突による粒子・エネルギーの輸送（新古典拡散）の研究、あるいはプラズマ内の各種揺動による異状拡散の研究が主体となる。一方、LHDに代表される非軸対称系では角運動量保存則が成立しないので、粒子の位相空間はトーラス領域（ドリフト面形成領域）とカオス領域とが混在することになる。トカマクと同じく、ドリフト面がプラズマ容器壁と交叉しなければ粒子は完全に磁場に捕捉され、ドリフト面がプラズマ容器壁と交叉するならばその粒子は損失粒子となる。これに応じて、LHDの位相空間にも閉じ込め領域と欠落領域（損失領域）とが生ずる。LHDがトカマクと異なるのは、これら以外にカオス軌道領域が粒子の位相空間に存在することである。すなわち、LHDの磁場中におかれた粒子の位相空間は、閉じ込め領域と、欠落領域、軌道領域に分類される。

磁場の非軸対称性に原因するカオス軌道に対しては、これまでの核融合研究においては主として、エルゴディック軌道とか、ストカスティック軌道の表現が用いられてきた。例えば White 達はトロイダルコイルの

作り出すリップル磁場による、トカマクにおける $\alpha$ 粒子の拡散（リップル拡散）速度を求めるために、最外殻磁気面の内層にストカスティック層が形成されるとして、 $\alpha$ 粒子のバナナの先端がストカスティック層に到達すれば損失するものと取り扱っている[14]。エルゴディック軌道の概念は、本来、エルゴード仮説（粒子は運動可能な位相空間をくまなく（限無く）訪れる）に立脚した概念であり、トーラス領域とカオス領域が混在するときには不成立の概念となる。以下で述べるようにLHDの磁場のもとにおける粒子軌道にもトーラス領域とカオス領域とが混在するのでエルゴディック軌道の表現は不適切である。ストカスティック軌道の概念はその根源を確率過程（Stochastic Process）におくものであり、決定論的方程式のもと、無衝突過程で作り出されるLHDのカオス軌道に対してはそぐわないであろう。LHDのカオス軌道の振舞は、代表的ストカスティック過程の一つであるランダムウォークプロセスとは様相をまったく異にする。よって以下ではカオス軌道の表現を一貫して用いることにしよう。

粒子軌道の解析、あるいは磁気面の解析のために数値計算で作成したポアンカレ写像を用いる方法はプラズマ物理・核融合研究の中では広く行なわれてきた方法である。この方法を用いてヘリカル磁場中の粒子軌道をプラズマ容器壁に達するまで解析するためには、つぎに述べる問題点を解決しておかねばならない。まず第一にLHDの磁場コイルシステムの作る磁場をコイル近傍領域も含めて高精度かつ高速度に計算できるようにすることである。本論文ではヘリカル磁場コイルも垂直磁場コイルも有限断面積のコイルの作る磁場を計算するコードを用いて計算し[10, 11]、多次元・高精度スプライン補間公式[12]を用いることによりこの問題点を解決した。第二の問題点は数値計算の際には避けることのできない数値誤差の影響を排除することである。長時間の軌道追跡を行なったときポアンカレ写像図に緩やかな拡散が表れたときには軌道のカオスに原因するものか、あるいは数値誤差に原因する拡散なのかを判定することが不可能となる。当論文では、粒子軌道方程式の数値積分には高次数（6次）の陽的Runge-Kutta法[13]を用いて高速性と高精度とを確保した。粒子軌道がドリフト面を形成する（粒子軌道方程式に積分量が存在する）場合には、計算時間を100倍

程度に伸ばしてもそのポアンカレ写像は初期の段階に形成されたものの上から逸脱しないことを確かめ、数値計算誤差の蓄積による拡散の影響は見られないことを確認した。数値計算誤差の発生状況は粒子の運動エネルギーに表れる相対誤差を監視し、そのレベルは $10^{-1}$ 程度以下であることでも確認している（代表的な長時間数値計算は100 keV水素イオンがトラスを4,800周回する間の軌道追跡（約26.9ミリ秒間：6次Runge-Kutta法による307万2千ステップの積分））。

有限断面積のコイルの作る磁場を計算するコード、新開発

の高精度スプライン補間公式に基づくプログラムおよび6次陽的Runge-Kutta法とを組み合わせ、LHDにおける高精度・長時間の粒子軌道解析を行ない、粒子閉じ込め特性を系統的に解析した。これによりLHDにおける粒子の位相空間をドリフト面形成領域、カオス帯（カオス軌道領域）、欠落領域の3領域に分類する。カオス軌道領域における粒子保持特性は磁場強度の調節で制御できることも示す。さらに、カオス軌道領域を通じてプラズマ深部領域から流出してくる高エネルギーイオンは全て磁力線のダイバータ領域に集めることができることを示す。また、LHDの最外殻磁気面の外側

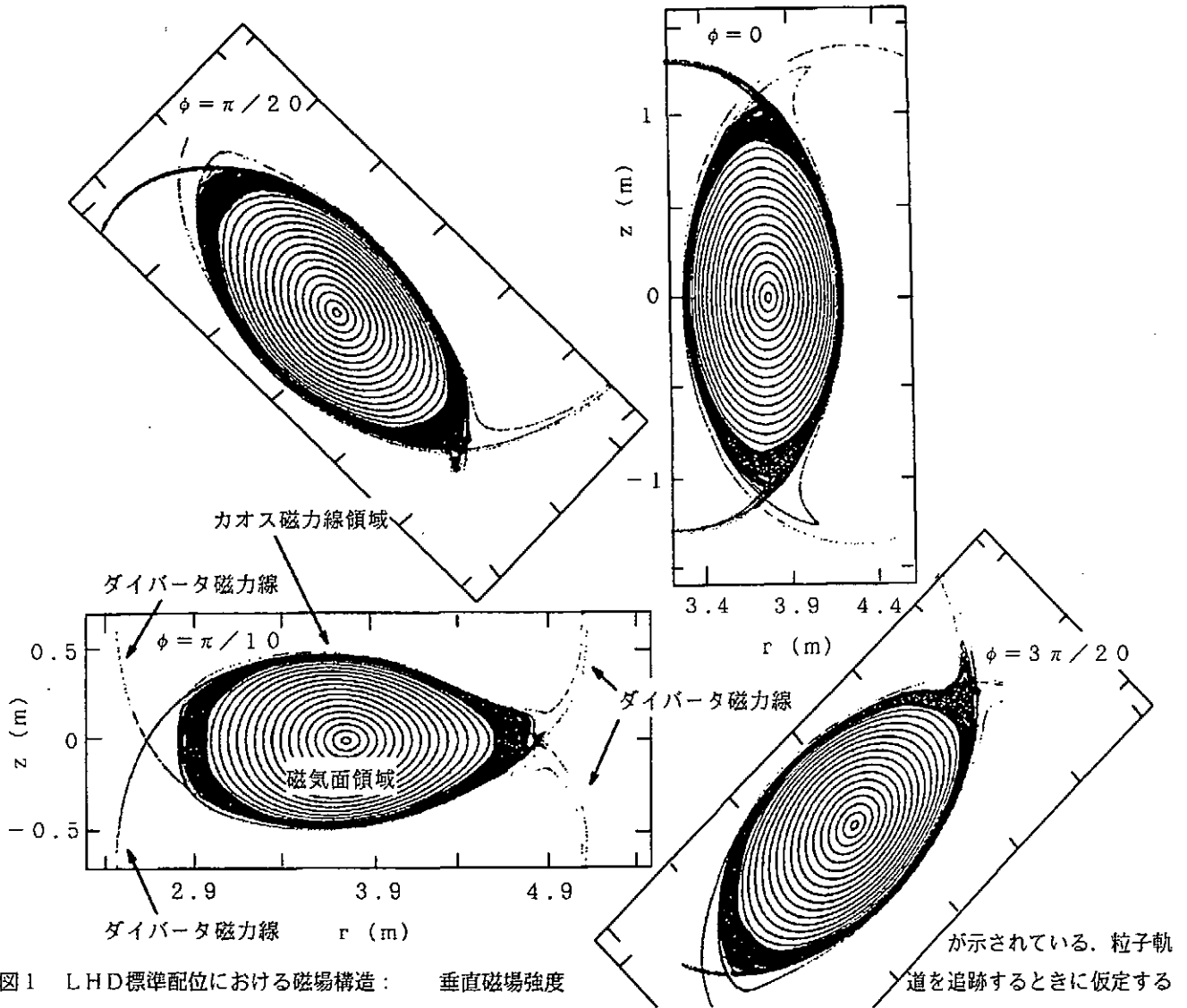


図1 LHD標準配位における磁場構造： 垂直磁場強度分布の調節で、磁気軸位置をヘリカルコイルの中心位置（ $r = 3.9\text{m}$ ,  $z = 0$ ）より12.4cmほどトラス内周側に移動させたときの磁気面の構造を示す。磁力線方程式を追跡しトロイダル角 $\phi$ が、 $i \times \pi/20$ （ $i=0,1,2,3$ ）となる子午面を磁力線が通過するときの位置を刻印した磁力線貫通プロット図

が示されている。粒子軌道を追跡するとき仮定するプラズマ容器壁の断面形状も示されている。内部領域には磁力線方程式に積分量が存在していることを示す磁気面が層状に積み重なり、周辺領域には積分量が存在していないことを示すカオス磁力線領域が表れる。カオス磁力線領域の磁力線はダイバータ領域を経てプラズマ容器壁に到達する。

を覆っているカオス磁力線領域も低エネルギーイオンにたいしてかなりの保持特性を示すことが確認された。

§ 2において、磁力線に沿う磁場強度分布から粒子の位相空間を、完全保持領域（ドリフト面形成領域）、欠落領域、カオス軌道領域に分類することを試みよう。§ 3には数値解析結果を述べ、まとめは§ 4において行なう。ここではLHD型磁場配位を用いた定常核融合炉の運転制御にカオス軌道粒子が有効利用できる可能性も検討しよう。

§ 2 完全保持領域、欠落領域、カオス軌道領域、

まず始めにLHDの磁場構造の概要を図1に示そう。内部には閉じた磁気面が層状に重なり、最外殻磁気面近傍には島

構造の磁気面が表れる。最外殻磁気面の外側には、長い結合長を有するカオス磁力線領域が存在し、この領域の磁力線はダイバータ領域を経てプラズマ容器壁に到達する。

粒子運動についてはエネルギー保存則と磁気モーメントの保存則が成立する。このため粒子のピッチ角 $\chi$ と、磁場強度分布 $B(\mathbf{x})$ とのあいだには、

$$\frac{\sin^2 \chi}{B(\mathbf{x})} = \text{一定} \quad (1)$$

の関係が成立する。このためトロイダル角 $\phi$ と垂直方向の位置 $z$ を指定すると、粒子の走行可能空間を粒子位置 $r$ とピッチ角 $\chi$ の空間に作成した(1)式の等高線図(図2の細線図)

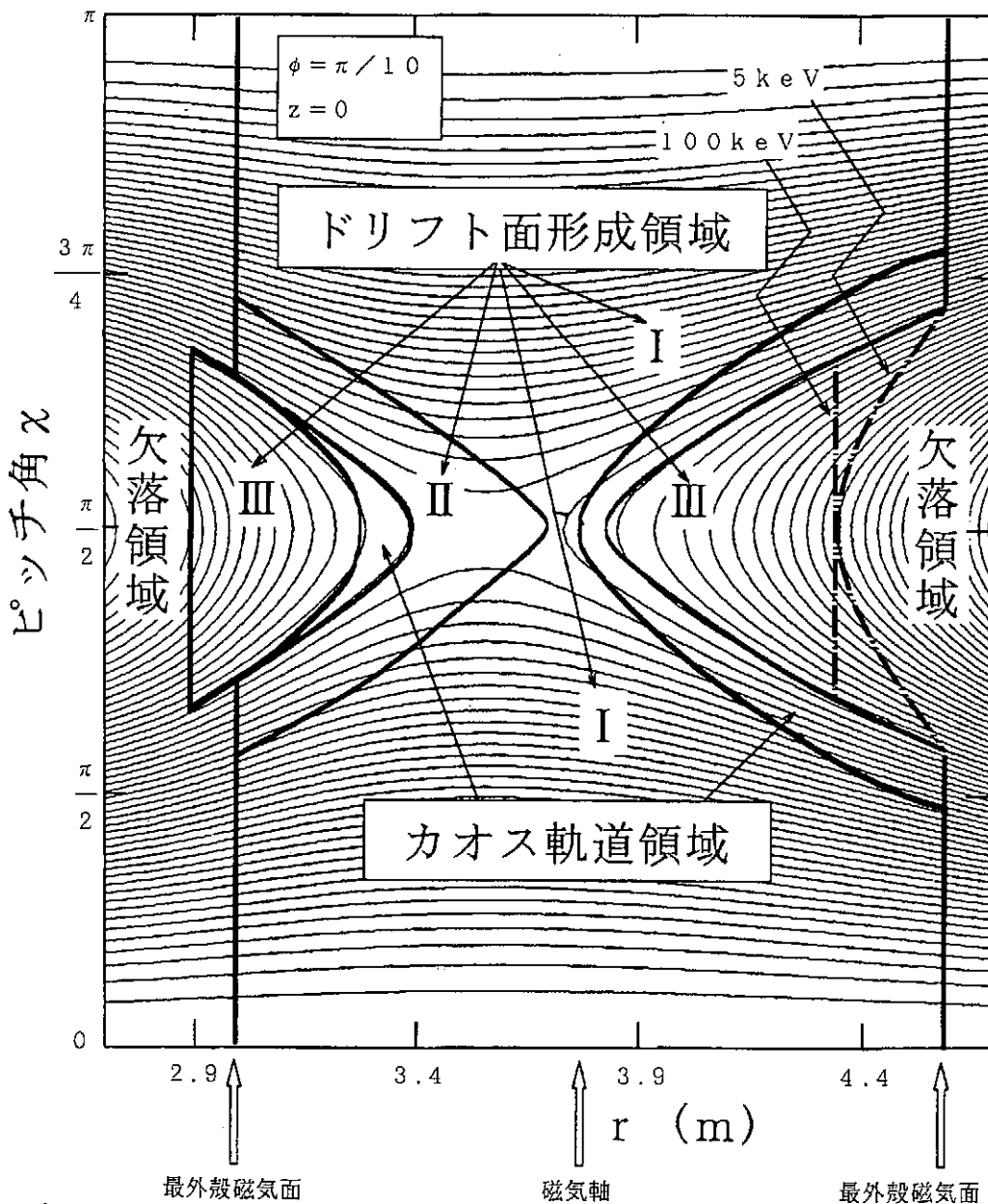


図2 粒子の位相空間の領域の分類  
 粒子の磁気モーメント(運動の恒量)の等高線図が細線で描かれている。位相空間は完全保持領域(ドリフト面形成領域)、カオス軌道領域、欠落領域に大別される。ドリフト面形成領域の粒子は大別して3種(タイプI: 通過粒子, タイプII: 局所ミラー捕捉粒子, タイプIII: パナナ粒子)がある。カオス軌道領域はタイプIとタイプIII, およびタイプIIとタイプIIIの境界に作られるものが図示されている。タイプIIIと欠落領域の境界は粒子のエネルギー、磁場強度によって移動する。一点鎖線は100 keVと5 keVの水素イオンに対する数値計算結果を参考にして推定した境界である( $B_{ax} = 3T$ )。

で示すことができる。

第ゼロ近似として、粒子はポテンシャル場  $\mu B$  の下で磁力線に沿って走行するとみなすことにしよう。粒子の出発点におけるピッチ角を  $\chi_0$ 、位置を  $x_0$  で表し、位置  $x_0$  から出発した磁力線上の位置を  $x(\ell)$ 、その地点におけるピッチ角を  $\chi(\ell)$ 、とすると、磁気モーメントの保存則(1)はつぎの関係を導く。

$$\frac{\sin^2 \chi_0}{B(x_0)} \cdot B(x(\ell)) = \sin^2 \chi(\ell) \leq 1 \quad (2)$$

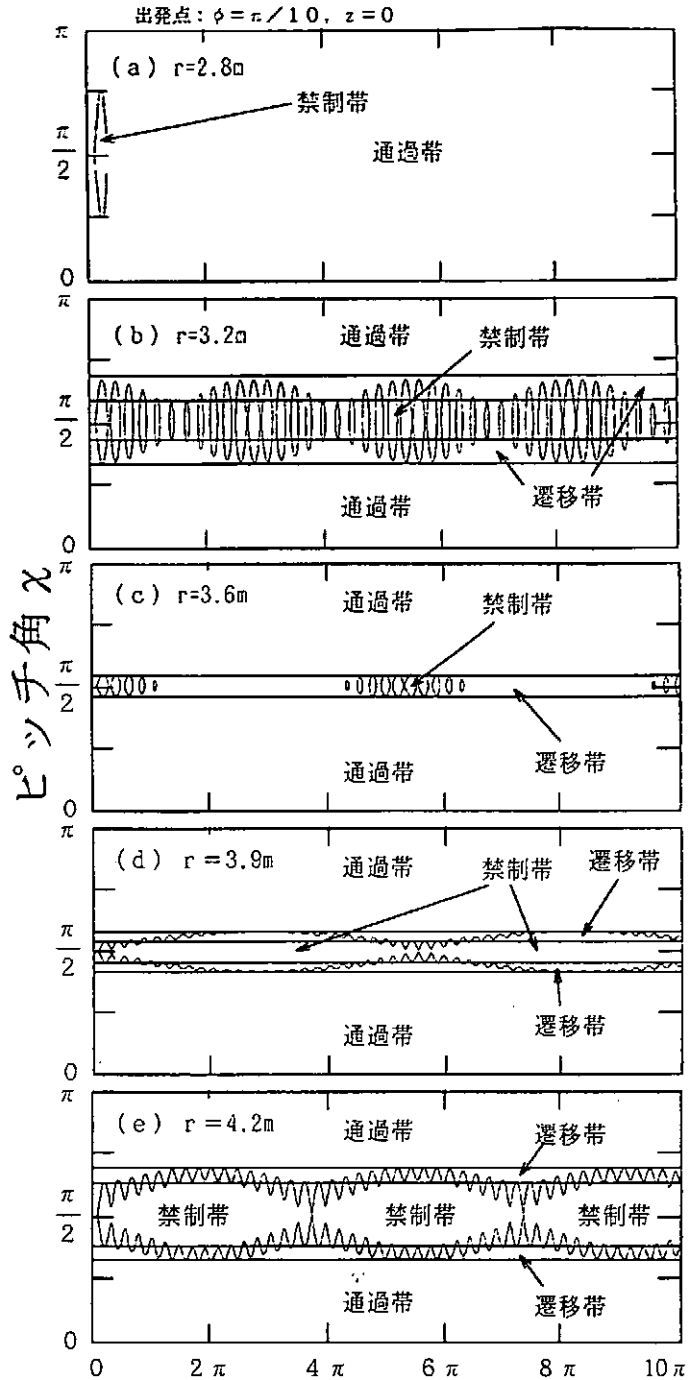
もし、(2)式の左辺の値が1を超えるときには磁気モーメントの保存則のため、粒子は存在しえない領域(禁制帯)であることを意味する。すなわち粒子の禁制帯は、

$$\sin^2 \chi_0 > \frac{B(x_0)}{B(x(\ell))} \quad (3)$$

の関係で与えられる。磁力線に沿って磁場強度を計算し(3)式で与えられる禁制帯の出現状況を図3に示す。

粒子の出発点が  $r = 2.8m$  の地点(最外殻磁気面よりかなり外側の地点: 図3(a))に設定されたときには、禁制帯が走行直後には存在しても、その後は全ての磁力線上で通過帯となる。この磁力線は磁気面を形成することなく容器壁に到達するので、このようなときはピッチ角によらず全て欠落領域の粒子となる。

粒子の出発点が  $r = 3.2m$  の地点に設定されたときには(図3(b))、磁力線に沿う走行中に禁制帯に遭遇することのない初期ピッチ角(通過粒子)と、1ヘリカルピッチを走行中に必ず禁制帯に遭遇して反射させられる運動を引き起こすピッチ角(反射粒子)とが存在している。このときの粒子運動は1ヘリカルピッチ毎の規則的運動の繰返しとなるので断熱不変性が成立してドリフト面を形成する。前者はタイプI型のドリフト面を形成する粒子(通過粒子)、後者はタイプIII型のドリフト面を形成する粒子(バナナ粒子)となる。粒子のピッチ角が通過粒子に対するものと反射粒子に対するものとの中間にあるときを遷移帯と命名しよう。遷移帯粒子が、走行中に  $B \times \nabla B$  ドリフトによりポロイダル方向への回転運動を行なうときには、1ヘリカルピッチを走行中に反射運動と通過運動との分岐点近くを走行する場合が必ず表れるので粒子運動の断熱不変性は成立せずカオス軌道粒子となる。遷移帯の粒子であっても  $B \times \nabla B$  によるポロイダル回転が生



## トロイダル角 $\phi$

図3 磁力線に沿う磁場強度分布と次期モーメントの保存則とから計算された粒子の通過不可能領域(禁制帯)の分布。粒子の出発点は  $\phi = \pi/10$ ,  $z=0$  に固定し  $r$  は  $2.8m$ (図(a))から  $4.2m$ (図(e))まで変化させている。

じないときには1ヘリカルピッチ内での捕捉が可能となり、このときにはタイプII型のドリフト面を形成できる(ミラー

捕捉粒子)。磁場強度鞍部点が磁気軸よりもトーラス内周側に位置しているため、このタイプⅡ型のドリフト面の存在領域は出発点が磁気軸よりもトーラス内周側に位置したときに限定される。

粒子の出発点が  $r = 3.9\text{m}$  (磁気軸近傍) のときは、図3 (c) に示されているように禁制帯の存在しないヘリカルピッチが表れ、タイプⅢ型のドリフト面は形成できない。

同様の考察を  $2.7 \leq r \text{ (m)} \leq 4.7$  を出発点とする粒子にたいして行ない整理した結果が図2にまとめられている。出発点が磁気軸よりもトーラス外周側に位置するときは、図3の遷移帯がそのままカオス帯として表れ、出発点が磁気軸よりもトーラス内周側に位置するときは、図3の遷移帯の大部分がタイプⅡ型のドリフト面形成領域とされている。タイプⅡ型のドリフト面に接続しているカオス軌道領域の境界は磁気モーメントの等高線図を参考にして定められている。すなわち図2に示されている、タイプⅢ型のドリフト面に接続しているカオス軌道領域の境界上に出発点があるときには、各ヘリカルピッチ毎に反射運動を繰り返しながらポロイダル回転を行なうと仮定すると磁気軸近傍では通過粒子となることが示されており矛盾する。そのためこの線上有出発点があるときには粒子のポロイダル回転が抑制され、局所ミラーにより捕捉されるタイプⅡ型のドリフト面が形成される。

粒子の欠落領域は磁力線に沿う磁場強度分布が図3

(a) のタイプとなる出発点が  $r = 2.9\text{m}$  の位置となることと、最外殻磁気面の位置とを用いて定めた。すなわち通過粒子にとっては最外殻磁気面の外の領域が欠落領域であり、反射粒子にとっては、磁場による反射が生じなくなる領域が欠落領域である。つぎにトーラス外周側の欠落領域の境界を考察しよう。トーラス内周側の欠落領域の境界上 ( $r = 2.9\text{m}$ ) 出発点とし、反射運動する粒子 ( $\chi \cong \pi/2$ ) は、図2に示した磁気モーメント保存則を表す等高線図に示されているように  $r \cong 4.35\text{m}$  の地点に表れる。すなわちこの地点のピッチ角が  $\pi/2$  に近い粒子は欠落粒子となりうる。このことと、走行中の磁気面からのズレはエネルギーが高いときほど大きくなること、および次章以下に述べる数値計算結果等も参考にして、トーラス外周側における欠落領域の境界を推定し図2の1点鎖線で表した。

以上の考察により作成した粒子の位相空間の領域分類は、数値計算結果を良く再現していることを確かめることができた。なお、最外殻磁気面外でも、カオス磁力線領域の磁力線結合長は十分に長く、この領域では磁力線に沿って走行する粒子はカオス軌道粒子とみなすことができるはずである。また、図2にはタイプⅠ型とタイプⅡ型境界が接しているところ、あるいはタイプⅢ型と欠落領域の接するところにもカオス軌道粒子が存在するはずである。これらのカオス軌道粒子の領域は図2には明示していない。

### § 3 LHDドリフト軌道の数値計算結果

まず始めに、LHD磁場中における粒子軌道の特長を図4で示そう。エネルギーが10keVの水素イオンの出発点を

$$r = 4.3\text{m}, \quad z = 0, \quad \phi = \pi/10$$

に定める。粒子の初速度と磁力線とのあいだの角度(=  $\chi$ :ピッチ角)は、0から $\pi$ までを40等分して与える。粒子軌道が $\phi = 0, \pi/20, \pi/10, 3\pi/20$ の子

午面を貫通する地点を刻印すること(ポアンカレ写像図:粒子軌道貫通プロット図)で粒子軌道の特長を示す。粒子の熱速度がトーラスを200周するのに相当する時間( $\cong 3.5$ ミリ秒間)追跡した。ピッチ角が $\pi/2$ に近くない粒子は通過粒子となり、粒子軌道貫通プロット図(ポアンカレ写像図)は磁気面に寄り添う形のドリフト面を形成する。ピッチ角が $\pi/2$ に近い粒子は

反射粒子となり、磁場のヘリカル回転に伴う磁場の強弱に応じて反射運動を繰り返しながら磁気面の周囲をポロイダル方向に回転する運動を行なう。この粒子もドリフト面を形成しその粒子軌道貫通プロット図は、トカマクにも見られるバナナ粒子に近いものとなる(ただしLHDのバナナ粒子は磁場のXポイントに近いところに表れ、磁気軸を挟んで2カ所にドリフト面が表れる)。通過粒子と反射粒子の遷移領域にピッチ角が存在するときには粒子軌道はカオスとなりドリフト面は形成されない。図4はピッチ角の異なる粒子の軌道を全て重

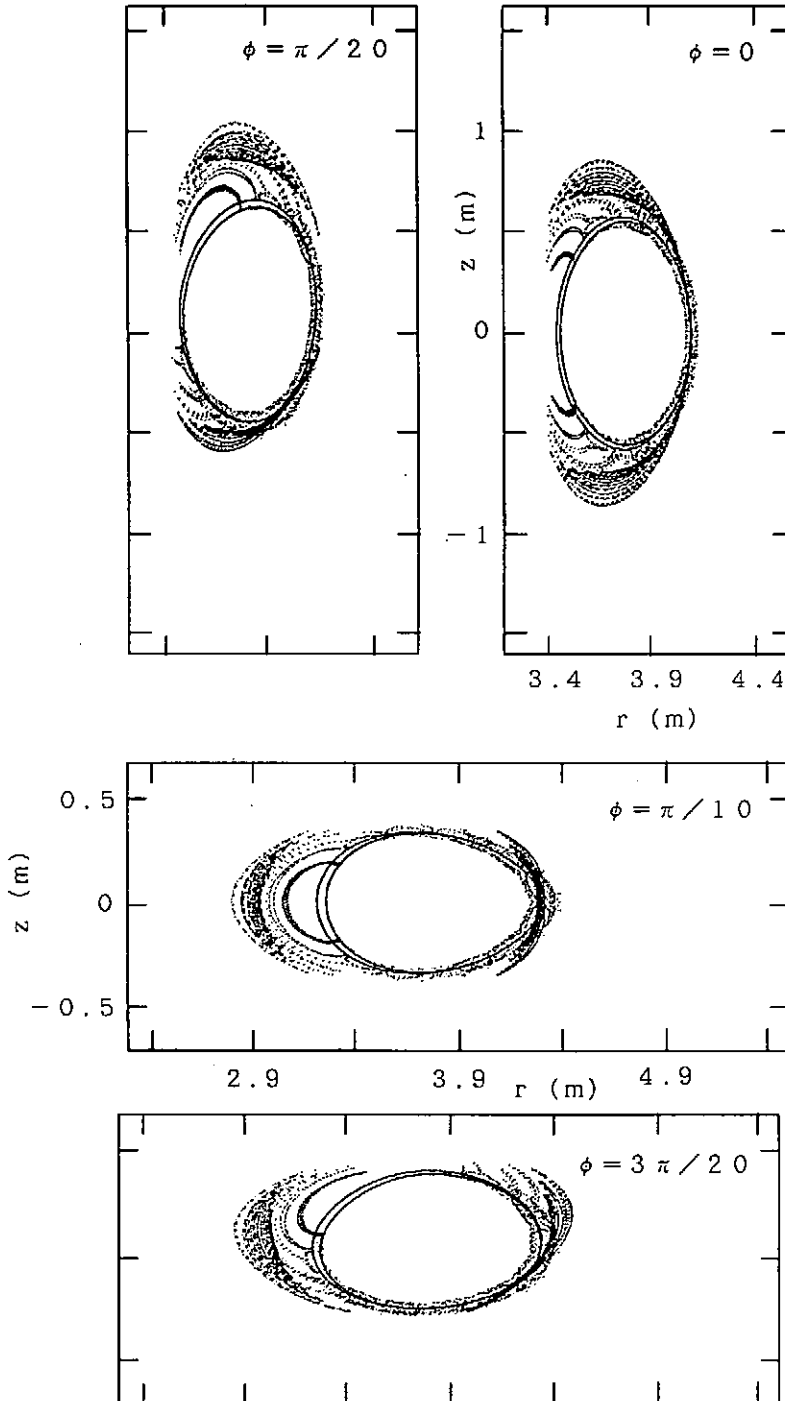


図4 LHDにおける粒子(10keV水素イオン)軌道の一例  
出発点を $\phi = \pi/10, z = 0, r = 4.3\text{m}$ に固定し、ピッチ角は0から $\pi$ までを40等分割した値が設定されている。ピッチ角の異なる41個の粒子軌道の貫通プロット図が重ね書きされ、対応する磁気面の構造は図1に示されている。磁力線沿いに飛行する通過粒子、ヘリカル回転に伴う磁場の強弱に応じて反射運動を繰り返す反射粒子(バナナ粒子)、およびそれらの遷移領域にピッチ角が指定されたときに生ずるカオス軌道粒子の存在が示されている。軌道追跡は3.5ミリ秒間(10keV水素イオンの熱速度がトーラスを200周するのに相当する時間)行なわれ、この間にプラズマ容器壁に到達して消滅した粒子はいない。

ね書きしたもので、通過粒子は最外殻磁気面内部を運動領域としていたのに対して、反射粒子とカオス軌道粒子は、最

外殻磁気面の外にあるカオス磁力線領域にまで運動領域を広げていることが示されている。図5にはピッチ角を変化させ

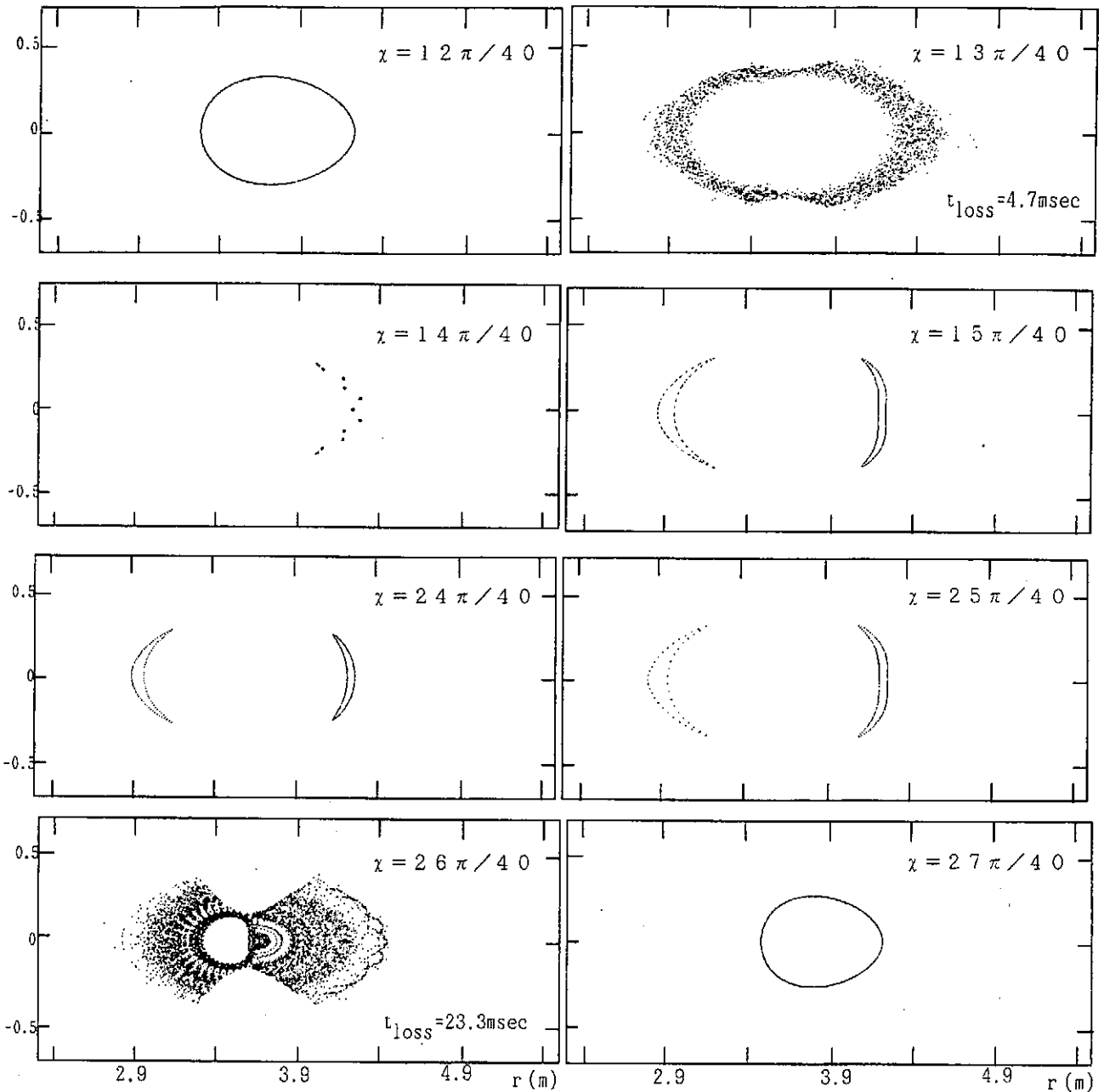


図5 LHDにおける粒子 (100 keV水素イオン) 軌道の一例: 出発点は  $\phi = \pi/10$ ,  $z = 0$ ,  $r = 4.2\text{m}$  に固定されている。初速度と磁場とあいだの角 (ピッチ角  $\chi$ ) がわずかに異なるっていても軌道形状が大きく変化する場合があります、この遷移の発生する前後の軌道形状を示した。図は1個の粒子が  $\phi = \pi/10$  の子午面を貫通した地点を刻印した粒子軌道貫通プロット図で、ピッチ角  $\chi$  の値は図の中に書き込まれている。ピッチ角が、 $\chi \leq 12\pi/40$  および  $\chi \geq 27\pi/40$  の粒子は

通過粒子で磁気面と良く似たドリフト面を、ピッチ角が  $15\pi/40 \leq \chi \leq 25\pi/40$  の範囲の粒子は反射粒子となり、バナナ形状のドリフト面をそれぞれに形成し、これらの粒子は磁場に完全に閉じ込められる。  $\chi = 14\pi/40$  の粒子も特殊形状のドリフト面を形成し磁場に完全に閉じ込められる。  $\chi = 13\pi/40$  および  $26\pi/40$  の粒子はカオス軌道粒子で長時間の飛行の後プラズマ容器壁で消滅した (消滅するまでの時間が図に書き込まれている)。磁気面形状は図1に示されている。

たとき粒子軌道の変化の詳細を示す。

通過粒子、あるいは反射粒子のように、ポアンカレ写像図がドリフト面を形成するときは、運動可能な空間が3次元空間から、2次元空間に縮退していることを表し、このことはドリフト方程式にエネルギー積分以外の積分量が存在することを意味する。このためドリフト面を形成する粒子は磁場に完全に保持されることを意味する。念のため、ドリフト面形成粒子についてはいくつかのサンプルについて長時間（トラス5,000周程度）の軌道追跡を行ない、数値的にもこのことを確認した。

カオス軌道粒子はドリフト方程式にエネルギー積分以外の積分量が存在しないことを表し、このため粒子は運動可能な

3次元空間をくまなく運動しようとする。このためカオス領域を完全に閉じ込めることのできるドリフト面がその外周に形成されていないならば、ついにはプラズマ容器壁にまで到達して消滅するものと思われる。

つぎに、これまでの解析でヘリカル捕捉粒子は通過粒子に比べて閉じ込めにくいとされ[5]、このヘリカル捕捉粒子の割合が最も多くなる子午面 ( $\phi = \pi/10$ ) の  $z=0$  の線路上出発点を並べて粒子軌道を追跡しよう。径方向には  $2.7 \leq r$  (m)  $\leq 4.7$  の範囲を0.1m間隔で出発点を並べる。粒子は100 keVのエネルギーを持つ水素イオンとし、ピッチ角は  $0 \leq \chi \leq \pi$  の範囲を40等分して調べる。すなわち  $\chi = 0$  ( $= \pi$ ) の粒子は磁場に平行(反平行)な初速度を持つ粒子である。

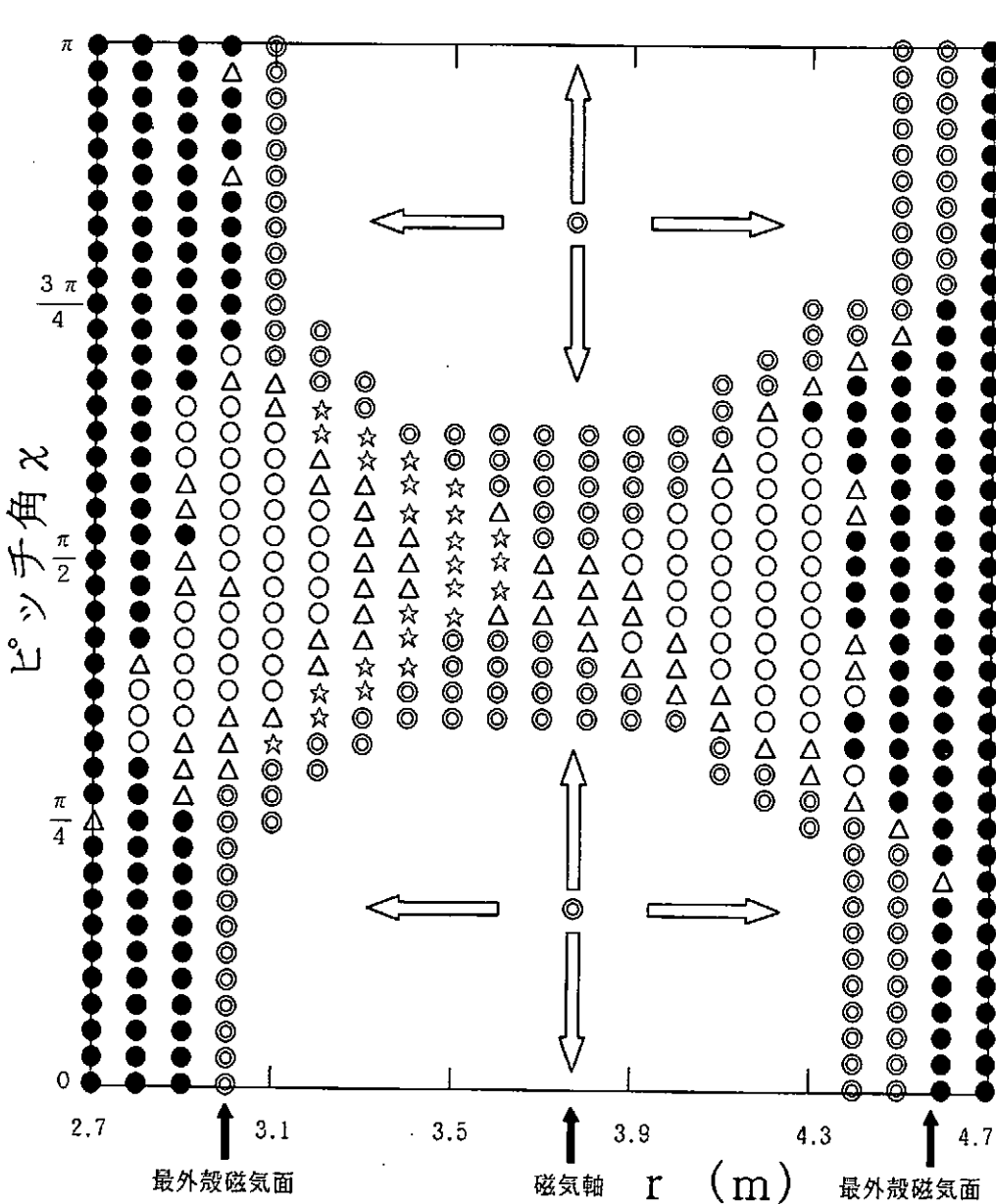


図6 LHD標準配位における100 keV水素イオンの閉じ込め特性：  
 出発点を、 $\phi = \pi/10$ ,  $z=0$ ,  $2.7 \leq r$  (m)  $\leq 4.7$  に配置して粒子軌道を追跡した。初速度と磁力線のなす角度 ( $= \chi$ : ピッチ角) は  $[0, \pi]$  を40等分した各分点上の値を指定した。各粒子の軌道は1.1ミリ秒間(100 keV水素イオン熱速度のトラス200周相当時間)追跡されている。◎ (通過粒子), ○ (バナナ粒子) と ☆ (ミラー捕捉粒子) はドリフト面を形成するため磁場に完全に保持される。△はカオス軌道粒子のうち、磁場に保持されつづけた粒子を表す。●は計算途中(1.1ミリ秒以前)にプラズマ容器壁に到達して消滅した粒子である。カオス軌道粒子のプラズマ容器内への滞在時間は図7に示される。



全体的な構造を把握するため、粒子の熱速度がトーラスを200周するのに相当する時間 ( $\cong 1.1$ ミリ秒) 追跡した結果を図6に示す。粒子軌道は、ドリフト面を形成する軌道 (図6の◎, ○, ☆印) と、ドリフト面を形成できないにもかかわらず、磁場に捕捉されつづけた続けた粒子 (カオス軌道粒子) の軌道 (図6の△), および容器壁に到達して消滅した粒子 (図6の●印) に分類される。ドリフト面を形成する粒子は3種に大別されることが図5には示されている。その一つは通過粒子 (タイプI型ドリフト面形成粒子と呼ぶことにする) であり図6においては◎印で示されている。ドリフト面を形成する反射粒子 (図6の○, ☆印) は、磁気面の周りをポロイダル回転しながら、トーラス方向にも周回運動するバナナ粒子 (タイプIII型ドリフト面形成粒子と呼ぶことにする。軌道貫通プロット図には2個のバナナが表れる: ○印) と、磁気面の周りのポロイダル回転を行わず、一つのヘリカルピッチの

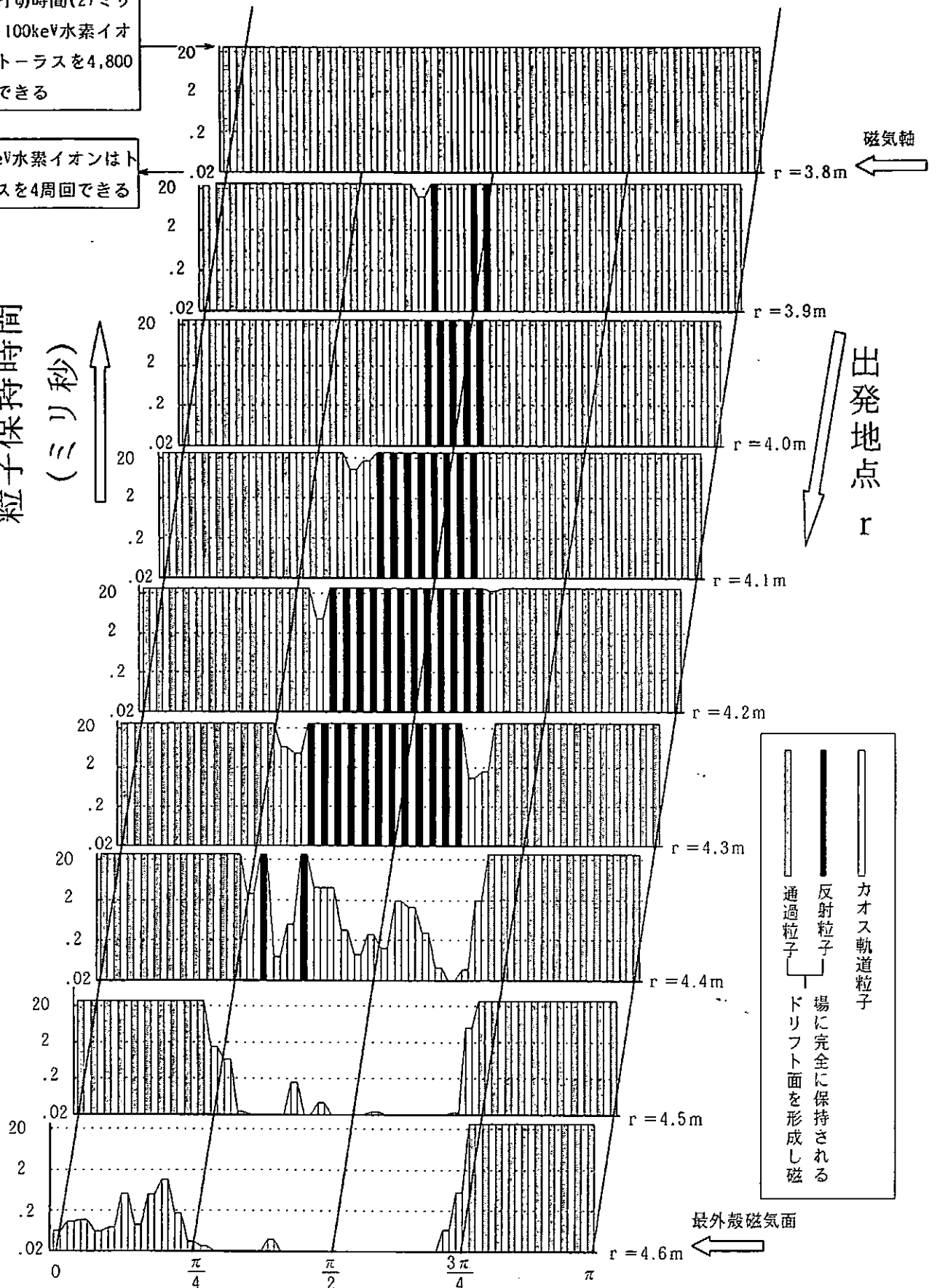
中だけに運動領域が制限されている粒子 (タイプII型ドリフト面形成粒子と呼ぶことにする: ☆印) とに大別できる。後者の粒子 (☆印) は出発地点が磁気軸よりもトーラス内周側に存在するときに限られる。カオス軌道粒子はこれらのドリフト面を形成する粒子群の境界領域 (遷移領域) に存在する。ドリフト面を形成する粒子は磁場に完全に捕捉され、カオス軌道粒子は、ついにはプラズマ容器外に流出する可能性のあることを示唆する。

カオス軌道粒子については長時間 (100 keV水素イオンの熱速度がトーラス4,800周するのに相当する時間 $\cong 26.9$ ミリ秒) の軌道追跡を行ない、磁場中にとどの程度の時間のあいだ捕捉されているのかを解析しよう (図7)。磁気面の深部領域を出発点とするカオス軌道粒子の磁場中への滞在時間 (粒子保持時間) は十分に長く、最外殻磁気面に近づくとつれて滞在時間は短くなる。

計算打切時間(27ミリ秒): 100keV水素イオンはトーラスを4,800周回できる

100keV水素イオンはトーラスを4周回できる

粒子保持時間  
(ミリ秒)



ピッチ角  $\chi$

図7 LHDにおける100 keV水素イオンの閉じ込め特性  
出発地点を  $\phi = \pi/10$ ,  $z=0$ ,  $3.8 \leq r \text{ (m)} \leq 4.6$  の線上に並べ、ピッチ角をパラメータとしてドリフト方程式を数値計

算した。計算打切時間は26.9ミリ秒に設定されている。粒子の軌道貫通プロット図と、プラズマ容器壁に到達するまでの時間(粒子保持時間)とで計算結果を整理した。

つぎに出発点を

$$r = 4.5\text{m}, \quad z = 0, \quad \phi = \pi/10$$

に固定し、粒子エネルギーを変化させて粒子の磁場中への粒子保持時間を解析しよう(図8)。最外殻磁気面に近づくとエネルギーの高い反射粒子(通過粒子ではない粒子)の軌道は全てカオスとなり、磁場中への滞在時間も短くなる。ところが粒子のエネルギーが低いときには、最外殻磁気面に近づいてもドリフト面(バナナ軌道)を形成する反射粒子が存在し(この粒子は磁場に完全に保持される)、カオス軌道とな

る場合でも磁場に保持される時間は長くなる。エネルギー低下に伴う熱速度の低下も粒子保持時間を長くするが、カオス軌道の解消に伴う閉じ込め改善が低エネルギー粒子に対して起こり得ることを図8は示している。粒子のエネルギーが低いときには、周辺部領域におけるカオス軌道粒子の磁場中への滞在時間は急速に伸びる。

粒子のエネルギー低下にともなうカオス軌道の解消(ドリフト面形成軌道への変化)、あるいはカオス軌道における保持時間の大幅な延長は、ともに粒子運動の断熱性と深く関わっていることを想像させる。粒子運動の断熱性は磁場強度と

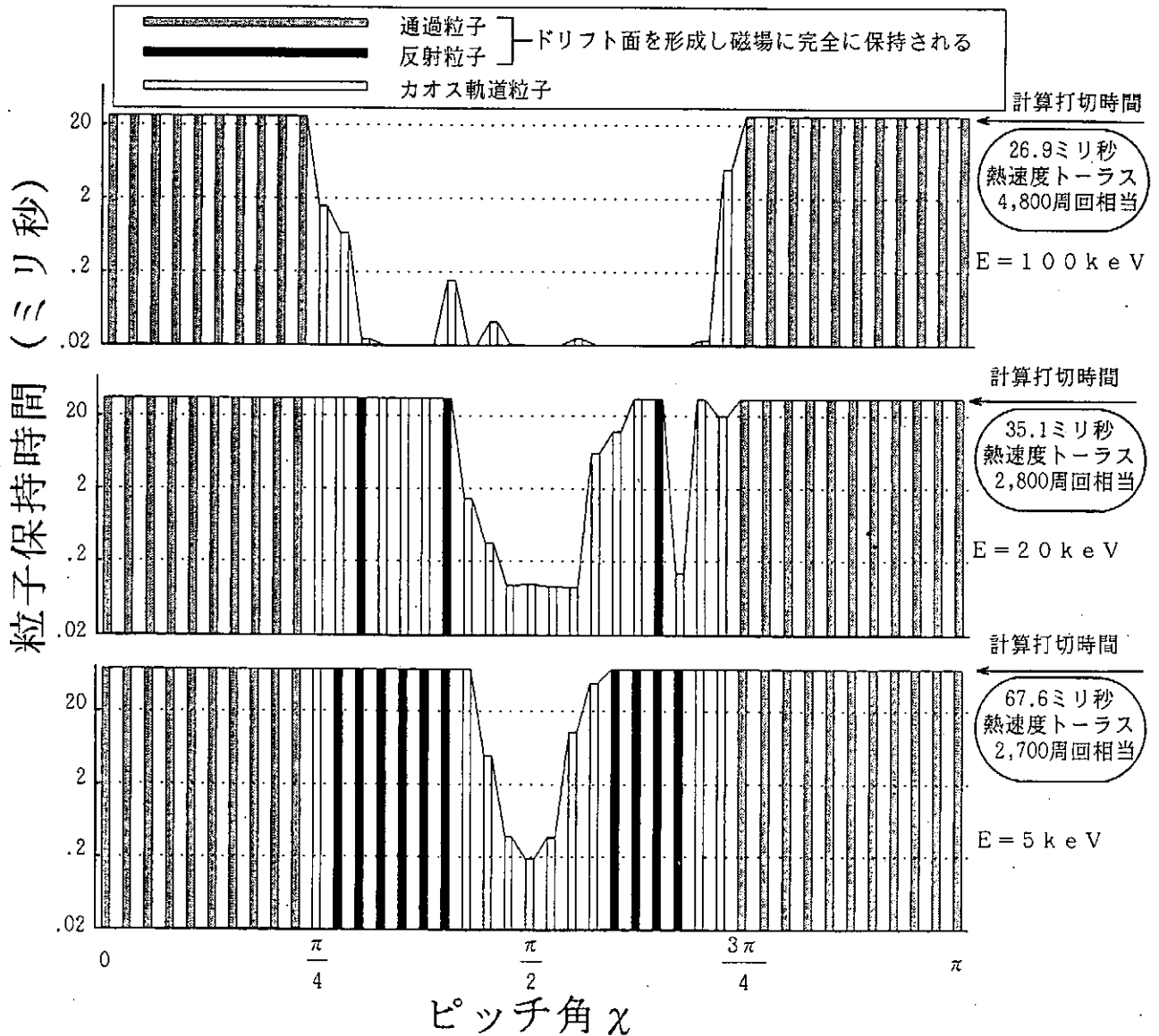


図8 LHDの最外殻磁気面近傍における粒子保持特性のエネルギー依存性: 出発点を  $\phi = \pi/10$ ,  $z = 0$ ,  $r = 4.5\text{m}$  に固定し、ピッチ角をパラメータとして100 keV, 20 keV, 5 keVの水素イオンの軌道を追跡した。粒子の軌道貫

通プロット図とプラズマ容器壁に到達するまでの時間(粒子保持時間)とで計算結果が整理されている。低エネルギー粒子は外周部領域におけるカオス帯が狭くなり、カオス帯における粒子保持時間も長くなる。

密接に関連するので、磁場強度を増強することで閉じ込めの大幅改善が可能と思われる。このことを確認するために磁力線の幾何学的配位は不変に保ち、全体的磁場強度のみを増加させながら粒子保持時間の変化の様子を数値的に調べた。磁場強度の増強でカオス軌道の粒子閉じ込め時間が飛躍的に伸びることを図9に示そう。

つぎに低エネルギー（1 keV）水素イオンが磁気面の周辺部領域でどのように保持されるのかを調べておこう。出発点を

$$r = 4.5, 4.6 (\cong \text{最外殻磁気面位置}), 4.7\text{m},$$

$$z = 0, \quad \phi = \pi/10$$

に設定したときの、滞在時間を図10に示す。最外殻磁気面の外を覆っているカオス磁力線領域も低エネルギーイオンにたいしてはかなりの保持能力を示している。

LHDのダイバータを効率的に機能させるためには、プラズマから流出する全ての粒子はダイバータ領域に集めることが望まれる。この可能性を検討するためには、プラズマの内部領域から流出するイオンの消滅する地点を把握しておく必要がある。そのため、図6に示した軌道解析の際、プラズマ容器壁に到達した全ての粒子の流出先を図11に示そう。図11はプラズマ容器壁を平面に展開し、周辺部磁場領域から容器壁に到達した磁力線の位置を刻印したものの（磁力線のダ

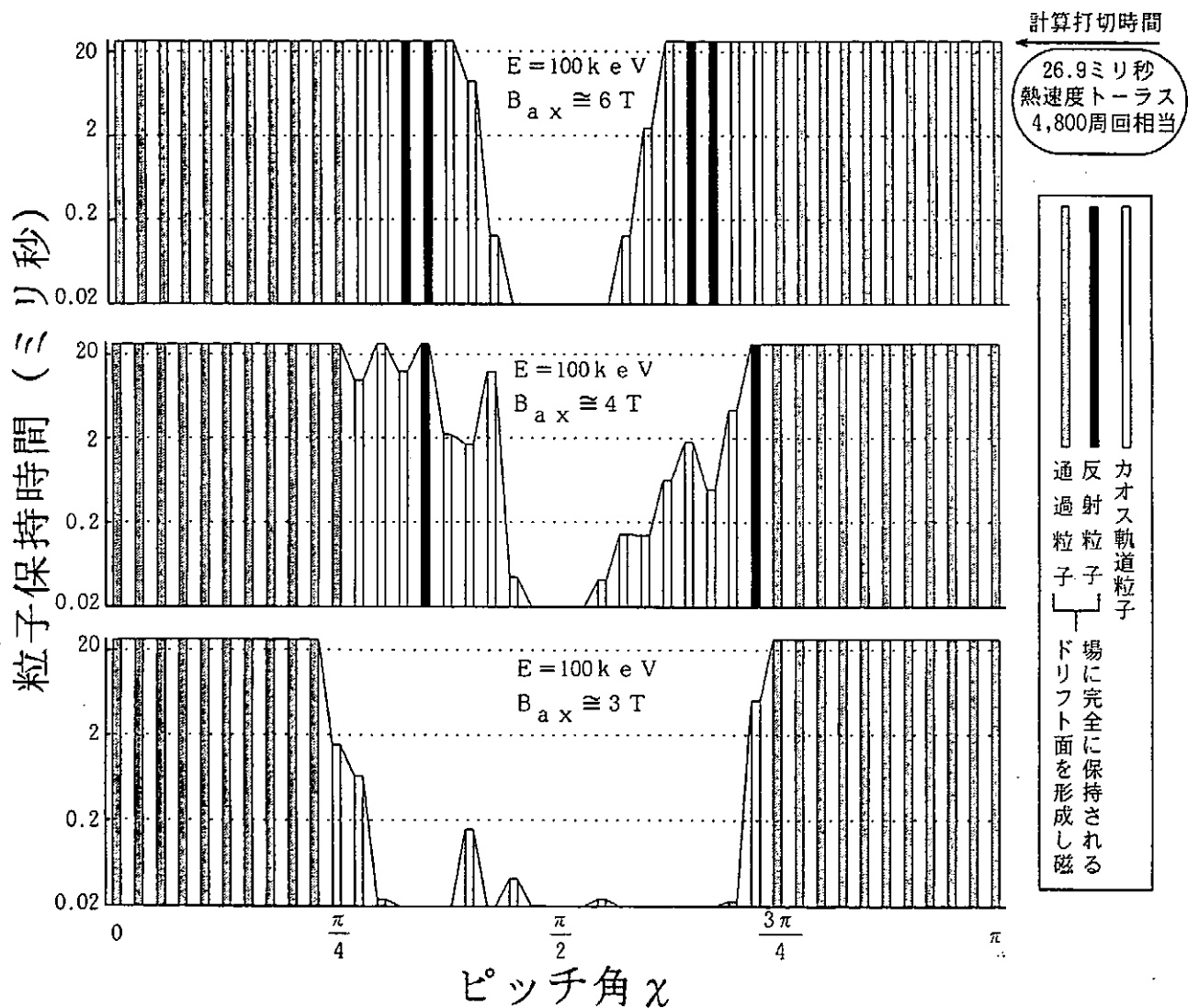


図9 磁場増強による閉じ込め改善の一例： 出発点を  $\phi = \pi/10$ ,  $z = 0$ ,  $r = 4.5\text{m}$  に固定し、ピッチ角をパラメータとして100 keVの水素イオンの軌道を追跡した。磁力線の幾何学的構造は不変に保ち、磁場強度のみを増強することに

より、磁気軸上の磁場強度を6T, 4T, 3Tと設定した場合の粒子保持時間が比較されている。軌道追跡時間の上限值は100 keV水素イオンの熱速度がトラスを4,800周回するのに相当する時間（26.9ミリ秒）と設定されている。

イバータチャート) と、流出してきた粒子が壁に到達した地点を刻印したもの(粒子のダイバータチャート)とを重ね書きで示している(ただし図6に示されているもののうち、最外殻磁気面よりも外にある、 $r=2.7\text{m}$ および $r=4.7\text{m}$ を出発点とした計算結果は除く)。図11には、プラズマ内部領域から流出する粒子は磁力線のダイバータ領域に殆ど全て集められることが示されている。

以上の数値計算結果より、LHDにおける粒子軌道は、表

1に示すような5種にほぼ大別されることが導かれる。

表1 LHDにおける粒子軌道の種別

通過粒子		ドリフト面を形成し磁場に完全に保持される
反射粒子	局所ミラー捕捉粒子 バナナ粒子	
カオス軌道粒子		比較的長時間磁場に保持される
欠落粒子		短時間に消滅する

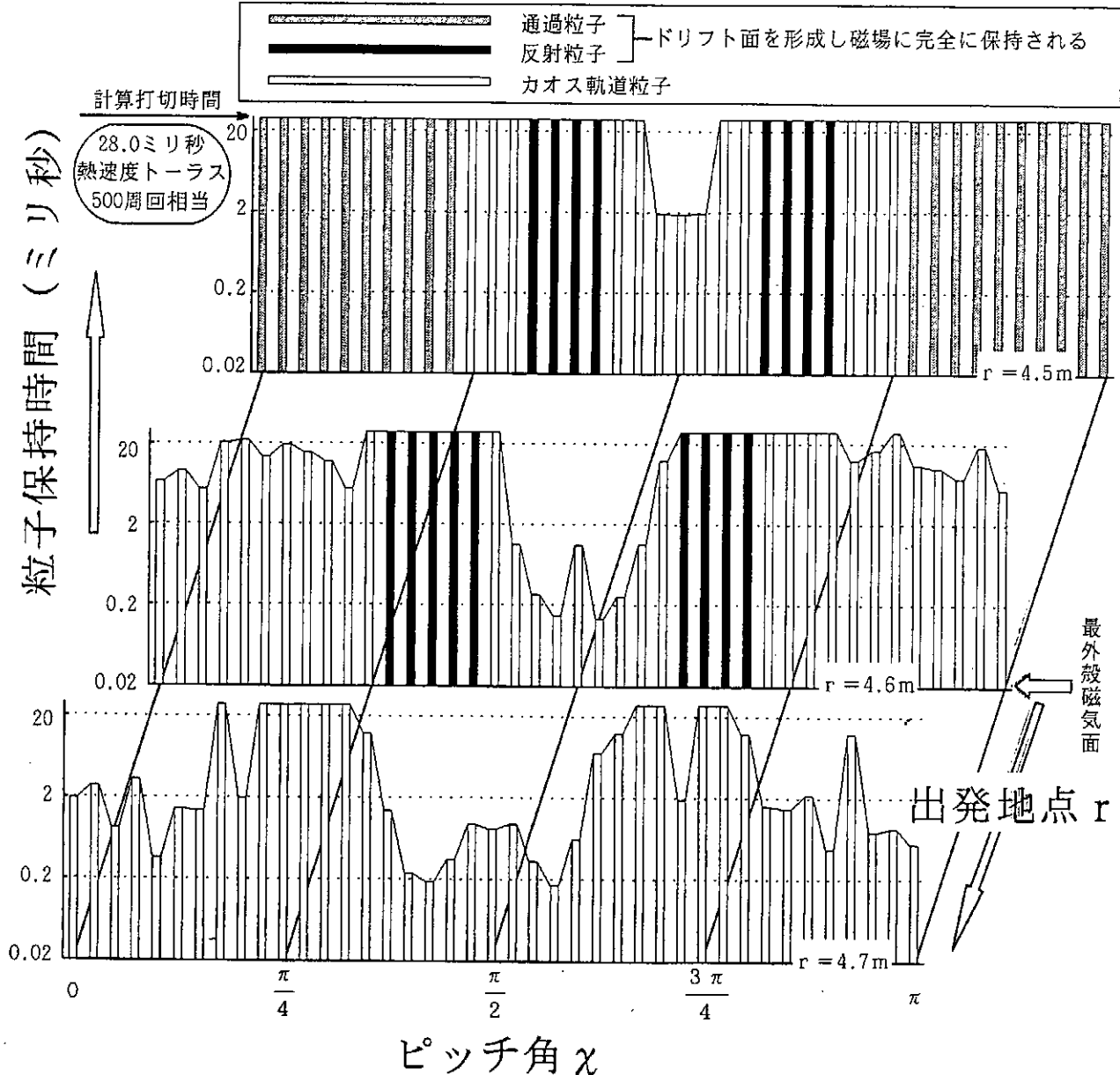


図10 LHDの周辺部領域における低エネルギー(1keV)水素イオンの閉じ込め特性: 最外殻磁気面の内外10cmの地点( $\phi=\pi/10$ ,  $z=0$ ,  $r=4.5, 4.6, 4.7\text{m}$ )を出発点とする1keV水素イオン(ピッチ角:パラメータ)の

軌道を数値計算し、粒子の軌道貫通プロット図と、プラズマ容器壁に到達するまでの時間(粒子保持時間)とで計算結果を整理した。計算打ち切時間(28ミリ秒)は1keV水素イオンがトーラスを500周回する時間に相当する。

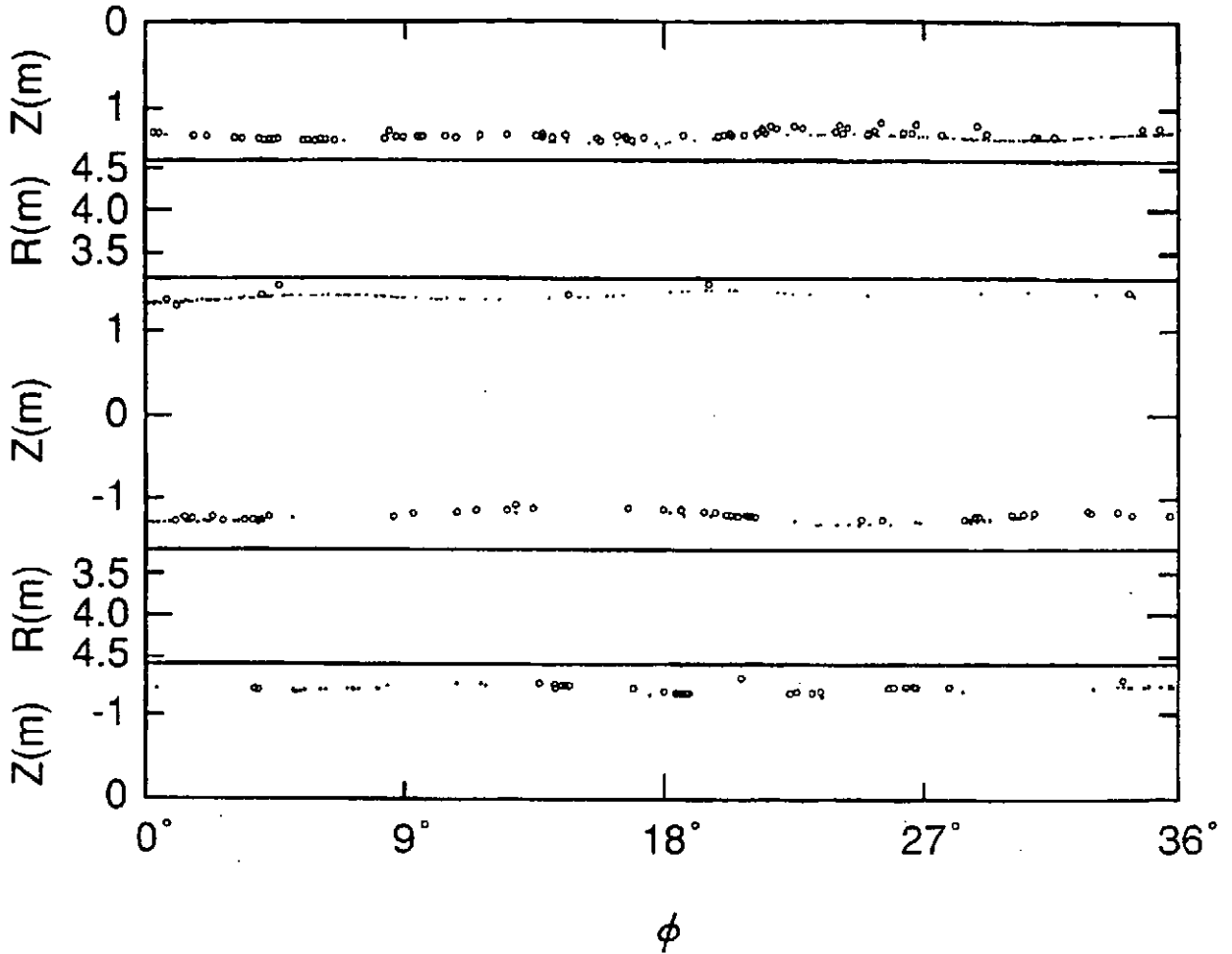


図1.1 LHDにおける磁力線のダイバータチャートと粒子のダイバータチャート

周辺部磁場領域を通過する磁力線がプラズマ容器壁に到達し地点を小黑丸(●)で示し(磁力線のダイバータチャート), 流出してきた100keV水素イオンがプラズマ容器壁に到達し地点を白丸(○)で示す(粒子のダイバータチャート). 粒子軌道の出発点は図6に示した解析を行なったときと同一のものである( $0 \leq \chi \leq \pi$ ,  $\phi = \pi/10$ ,  $z=0$ ,  $2.6 \leq r(\text{m}) \leq 4.6$ : 最外殻磁気面よりも大きく外側におかれた  $r=2.5$ ,  $r=4.7\text{m}$ の地点を出発点としたものは除かれている). 流出してくる高速イオンはピッチ角(= $\chi$ )によらず

$\phi$

に, 全て, 磁力線のダイバータ領域に集められることが示されている. プラズマ容器壁は, 回転ヘリカル座標の値が  $X=0$ ,  $Y=0.7$  となる曲線に沿って切断した後, 展開して得られる平面を使って表現されている. 図の横軸はトロイダル角  $\phi$  を deg 単位で表し, 縦軸はプラズマ容器壁上の X 軸と Y 軸と交互に表す.  $\phi = 0, 36^\circ$  の子午面においては, X 軸は垂直方向 (z 方向), Y 軸は径方向 (r 方向) を表す.  $\phi = 18^\circ$  の子午面においては, X 軸は径方向 (-r 方向), Y 軸は垂直方向 (-z 方向) を表す. LHD においては,  $\phi = 0$  の面と,  $\phi = 36^\circ (= \pi/5)$  の面における構造はヘリカル周期性のため同一の構造となる.

#### § 4 まとめと討論

粒子軌道の型は初期条件で定まる位相空間の位置によって定まる。ドリフト面を形成する通過粒子と反射粒子はドリフト方程式に積分量が存在するため、運動可能空間の縮退が生じていることを示し、そのドリフト面が容器壁と交叉しないならば磁場容器内に完全に保持される。カオス軌道粒子は異なる型のドリフト面が隣接する位相空間の比較的狭い領域を出発点とする粒子の軌道で、短期的にはドリフト面を形成し、あるいは異なるドリフト面のあいだの遷移を繰り返すこともあり、比較的長時間プラズマ容器内に保持される。欠落粒子は磁場によるプラズマ保持作用が存在しない粒子、あるいはドリフト面が容器壁と交叉する粒子で、最外殻磁気面外で磁力線に沿って走行する粒子、あるいは $B \times \nabla B$ ドリフトのため磁場を横切りながら壁に到達する粒子等がその代表例となる。欠落粒子は極めて短時間のうちに消滅する。この分類に対応し、粒子の位相空間も、完全保持領域（ドリフト面形成領域）、カオス軌道領域、欠落領域に大別できる。粒子運動には磁気モーメントの保存則が成立することと、磁力線に沿う磁場強度分布とを考察することにより、この位相空間の領域分類が可能であることを示した。

有限断面積のコイルの作る磁場を計算するコード、新開発の高精度スプライン補間公式に基づくプログラムおよび6次陽のRunge-Kutta法と組み合わせ、LHDにおける高精度・長時間の粒子軌道解析を行ない、粒子閉じ込め特性を系統的に解析した。これによりLHDにおける粒子の位相空間を完全保持領域（ドリフト面形成領域）、カオス軌道領域、欠落領域の3領域に大別できることを確認し、解析的にもとめた領域分類図をほぼ再現することができた。

ドリフト面形成粒子は、タイプI型（通過粒子）、タイプII型（局所ミラー捕捉粒子）、タイプIII型（2個のバナナ軌道が表れる反射粒子：バナナ粒子）の3種に大別される。

カオス帯粒子については長時間の軌道追跡を行ない磁場容器内に滞在する時間を求め、プラズマの中心部の粒子は十分に長く、またエネルギーが低ければ周辺部領域においても十分に長くなることを確認した。位相空間の中に占めるカオス軌道領域の広がり、そこにおける粒子保持時間とは、粒子のエネルギーによ

って大きく変化するばかりでなく、磁場強度を増強することにより制御可能（粒子閉じ込めの改善可能）であることも確認した。

ドリフト面形成粒子のうち、軌道貫通プロット図が2個のバナナ型となる粒子（タイプIII型）とカオス軌道粒子はプラズマの内部領域と周辺部領域（カオス磁力線領域）とをたえず行き来していることが確かめられた。

プラズマの内部領域から流出するプラズマ粒子は全て磁力線のダイバータ領域に集められることが示された。これはタイプIII型ドリフト面形成領域がプラズマ周辺部に存在し、内部領域から流出してくるカオス軌道粒子は全てタイプI型とタイプIII型の境界に存在する比較的狭い領域を通過してくるためと思われる。

次にLHD型磁場配位を用いた定常核融合炉について若干の考察を加えよう。まず最初に、粒子のドリフト方程式を適当に規格化すればただちに導かれるように、装置のサイズを4倍（ $R_0=15.6\text{m}$ ）、磁場強度を2倍（ $B=6\text{T}$ ）にした核融合炉を想定したときには、本論文で示した100keV水素イオンの数値計算結果は、核融合炉おける6.4MeVのアルファ粒子の軌道計算結果と同一（時間スケールは同一）であることを指摘しておこう。定常炉を想定したときには、高温維持、燃料供給、燃料攪拌、灰除去の各過程が矛盾なく動作することが望ましい。LHD型磁場の非軸対称性に原因するカオス軌道領域は炉心深部領域にまで入り込んでいるので、炉心深部領域からの定常的灰除去を実現する方策が準備されている。しかも、灰の除去速度は磁場強度により調節可能である。核融合燃料（水素、重水素）はアルファ粒子よりも低エネルギーなので、カオス軌道領域の存在が炉心深部領域の燃料を冷すことはない。一方、バナナ粒子（タイプIII型ドリフト面形成粒子）とカオス軌道粒子は磁気面深部領域と周辺部領域（カオス磁力線領域）とをたえず行き来しているので、プラズマ柱全体を高温に維持する燃料攪拌の作用を期待できるであろう。これにより核燃焼するプラズマ柱が太くなり高効率・高出力核融合炉の実現が容易となる。また、このことは周辺部に注入した燃料が容易に炉心に到達し得ることを意味するので定常的燃料供給にも有効手段を提供する。炉心から流出するプラズマを磁力線のダイバータ領域に集中で

## 謝辞

きることは、効率的エネルギー回収に多大の利点となるであろう。

小型・高性能の核融合炉実現を目指す観点からは粒子閉じ込め性能の一層の向上が望まれる。本論文に示した数値計算結果から導かれる閉じ込め改善方を考察しよう。最も確実な方法は既に述べたように磁場強度を高めることである。これによりカオス帯における粒子保持時間が延長される。粒子の位相空間におけるカオス帯の幅を狭めて閉じ込め改善を計るためには、トロイダル磁場強度の  $1/r$  依存性を緩和する（トロイダルミラー効果を緩和する）ことが有望と思われる。そのための一つの方策はD型断面のトラス容器にヘリカルコイルを巻きつけることが思い浮かぶ。この改善策の有効性の確認は今後の課題である。

核融合科学研究所等々力二郎教授には、本論文に用いたヘリカル磁場のデータは提供していただき、またCHS、LHDの粒子軌道を解析した文献[4,6]等を教えていただきました。このことに深く感謝いたします。核融合科学研究所山崎耕造助教授にはLHDの標準磁場配位の候補となっている垂直磁場コイルのデータを教えていただいたことを感謝いたします。核融合科学研究所大森修義助教授にはLHDの周辺部磁場構造について卓越した物理的描像を示してください、またダイバータとの関連において粒子軌道解析の遂行を後押しして頂いたことを感謝いたします。さらに核融合科学研究所の方々には様々なコメント、示唆を頂き当論文のとりまとめに役立ちました。このことについて深く感謝いたします。

## 参考文献

- [1] 飯吉厚夫：日本物理学会誌，44（1989）309.
- [2] 次期大型ヘリカル装置設計部会：次期大型ヘリカル装置計画第三部詳細検討（1988）  
大型ヘリカル装置設計グループ：大型ヘリカル装置の基本設計（文部省核融合科学研究所（1989））.
- [3] 大型ヘリカル装置設計グループ：大型ヘリカル装置の基本設計・第一部物理設計2 磁場配位の最適化（文部省核融合科学研究所（1989）13）
- [4] CHS（コンパクトヘリカルシステム）実験計画：（名古屋大学プラズマ研究所（1987）33-45）.  
K.Nishimura, K.Matsuoka, M.Fujiwara, K.Yamazaki, J.Todoroki, T.Kamimura, T.Amano, H.Sanuki, S.Okamura, M.Hosokawa, H.Yamada, S.Tanahashi, S.Jubo, Y.Takita, T.Shoji, O.Kaneko, H.Igushi and C.Takahashi: , Fusion Technology 17 (1990) 86.
- [5] 花谷清，佐貫平二，上村鉄雄：次期大型大型ヘリカル装置計画—第三部詳細検討§4 粒子ドリフト軌道解析，（1988）頁[1]-71-[1]-96
- [6] H.Sanuki, J.Todoroki and T.Kamimura: Physics of Fluids B 2 (1990) 2155-2161.
- [7] M.Wakatani, S.Kodama, M.Nakasuga, and K.Hanatani: Nuclear fusion, 21 (1981) 175-186
- [8] H.Akao: J. Phys. Soc. JPN, 59 (1990) 1633-1646
- [9] 相沢洋二：ハミルトン力学計におけるカオスとトラス（カオス，相原一幸編，サイエンス社，東京（1990）109）.
- [10] 等々力二郎：核融合研究 57 (1987) 271.
- [11] 渡辺二太：核融合研究 63 (1990) 482.
- [12] 渡辺二太：日本応用数学会論文誌, 1 (1991) 101.
- [13] D.Sarafyan: J. of Mathematical Analysis and Applications 40 (1972) 436
- [14] R.B.White, M.S.Chnce, J.L.Johnson, H.E.Mynick, F.W.Perkins, A.H.Reiman: Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1988, (Proc. 12th Inte. Conf., Nice) IAEA, Vienna (1989) Vol.2, 121



不均一磁場中の電子サイクロトロン波 (ECW) プラズマからの  
X-線放射

九州大学 総合理工学研究科 田中雅慶, 玉置誠, 小森彰夫, 河合良信  
九州大学 応用力学研究所 河野光雄

はじめに

プラズマ中には集団効果によって種々の波動モードが存在する。この波動とプラズマ粒子の非線形相互作用による波動・粒子系のカオスはプラズマに固有の現象であり、加熱基礎論とも関連して重要な問題である。近年カオス理論の成功により、散逸系・保存系を問わずさまざまな分野でカオス現象が発見されているが、プラズマにおけるカオスの研究は多くない。なかでもハミルトン系のカオスは具体例が少ない。現在行われている波動・粒子系のカオスは、縦波（イオンバーンシュタイン波）に関するもので[1]、ローザンヌのグループが研究を行っている[2]。我々の研究の目的は、プラズマ中の電磁モードと電子からなる系をハミルトン系のカオスと特徴づけ実験的理論的に調べることにある。

電磁モードに関する実験としては、過去にミラー磁場中のホットエレクトロンリングの研究がある[3-5]。そこでは、単純ミラー磁場 ( $M \approx 2$ ) と磁場に垂直入射された正常波を用いた。正常波は吸収率が低いため、容器内で多重反射し、キャビティモード（定在波）としてプラズマ中に存在する。そのため、電子と波との相互作用を考える場合、多数の波動が関与する複雑な系となっていて、現象の理解や理論解析のためのモデリングが難しいという難点があった。我々がこの研究で特に留意した点は、実験的に最も自由度の低い系、即ち電子と単一波動モードの系を実現する事であった。これは低密度においても吸収率が大きな電子サイクロトロン波を用いることによってはじめて可能となる。また我々の系はミラー比をきわめて低くとっても ( $M < 1.08$ ) 現象を発生させることができるのが特徴である。このため、バルクプラズマは近似的に一様と見て良く、この点も現象の理解を容易にしている。

ミラー磁場中の捕捉電子の運動

直線磁場中に弱いミラー磁場があるとする。その中に捕捉された電子の運動は3つ

の固有周期を持つ。運動方程式を作用-角変数で書き表すと

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_r &= \frac{\partial H_0}{\partial J_1} & \dot{J}_1 &= 0 \\ \dot{\omega}_b &= \frac{\partial H_0}{\partial J_2} & \dot{J}_2 &= 0 \\ \dot{\omega}_a &= \frac{\partial H_0}{\partial J_3} & \dot{J}_3 &= 0\end{aligned}$$

となる[6,7]。ここで、 $\omega_{r,b,a}$ はそれぞれラーマー周期、バウンス周期、周方向ドリフト周期で、 $J_{1,2,3}$ はそれぞれの運動に対する不変量である。ハミルトニアン  $H_0$ は  $J_{1,2,3}$ だけで書けている。

この系は周期系であるため、あるエネルギーの電子の相空間における運動は限られた領域に留まっているが、これに外場が作用して  $H_0 \rightarrow H_0(J_1, J_2, J_3) + \Delta H(J_1, J_2, J_3, t)$  となるとカオスを起こすようになり、相空間の広い領域を動き回る。即ち、高いエネルギーの電子が生成されるようになる。いまの場合、外場としての波はバルクプラズマによって支えられた電子サイクロトロン波である。捕捉電子はサイクロトロン共鳴によって相互作用する。外場の振動数と固有周期の関係は  $\omega \approx \omega_r \gg \omega_b \gg \omega_a$  となっている。

## 実験

実験は弱いミラーを持つ直線型装置において電子サイクロトロン波を励起し、10KeV領域まで加速された電子による制動放射軟X線を観測することによって行った。バルクの電子温度は20eV程度、電子密度は  $2-8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  である。図1に実験装置の概略を示す。マイクロ波は  $2.45\text{GHz} \cdot 5\text{KW}$  で、偏波を制御することにより電子サイクロトロン波(R-波)を励起する。

ミラー磁場は等間隔に並べたコイルのうち3番目と4番目の間隔を広げて作る。実験を行ったミラー比は最大で1.081である。X線は径方向にコリメートされた窓から半導体検出器によって検出される。

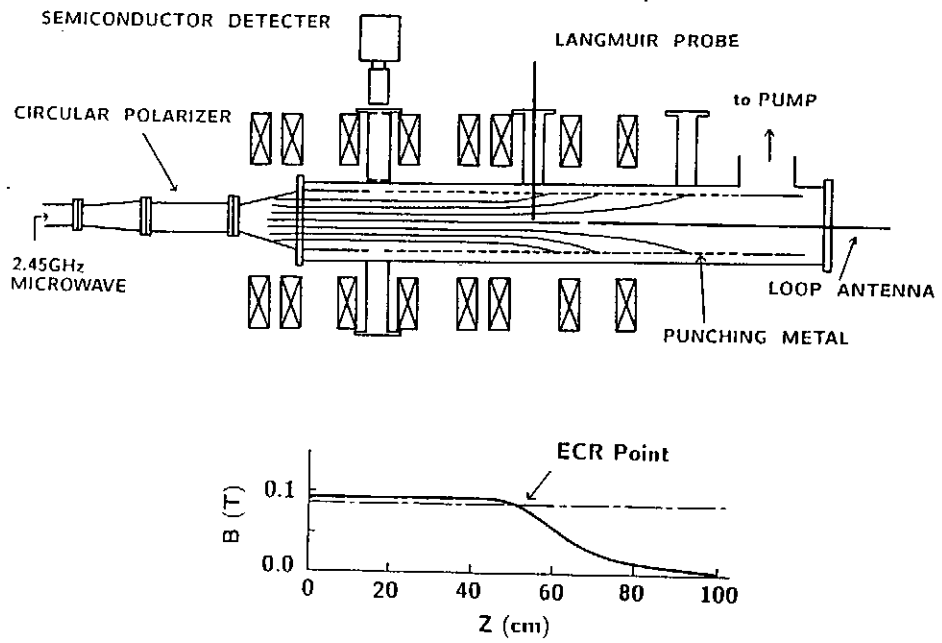


図1. 実験装置の概略図. 矩形  $TE_{10}$  モードのマイクロ波は円形  $TE_{11}$  モードに変換され, さらに円偏波励振起によって右回り円偏波として入射される.

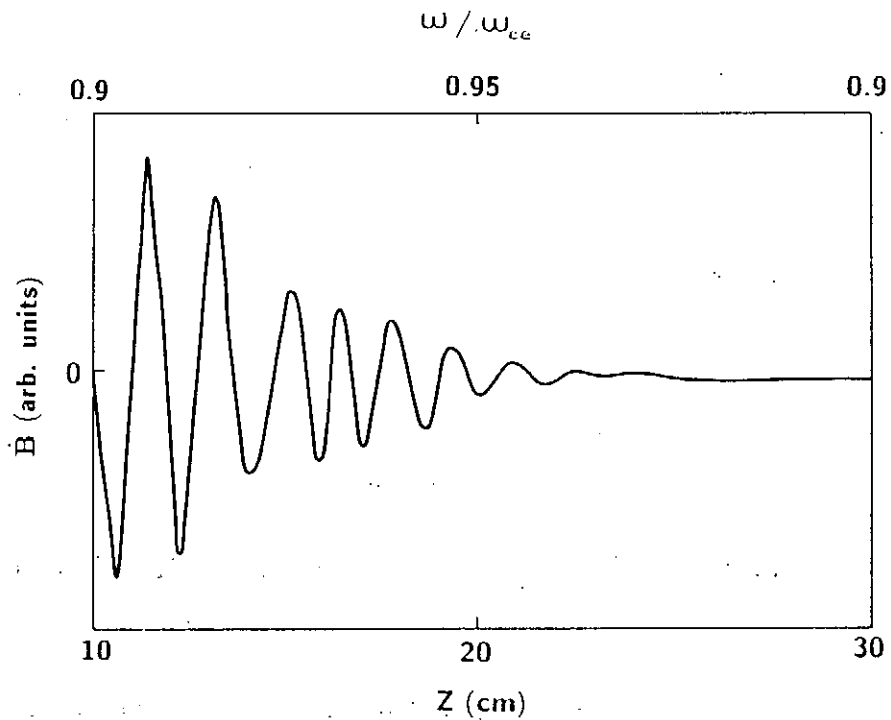


図2. プラズマ中に励起された電子サイクロトロン波.

図2に示すように励起された波は短波長でしかも完全に減衰している。分散と偏波（右回り）を調べることにより、この波は電子サイクロトロン波であることがわかっている。この状態で3, 4番目のコイル間隔を広げていくと、X線が観測されるようになる（X線の観測ポートは図中20 cmに対応する）。図3に観測されたX線のエネルギースペクトルを示す。3 KeVのところにあるピークは実験に用いているアルゴンの特性X線である。放出されるX線は直線磁場ではほとんど観測されない。また、ミラーが深くなるにつれて線量は急激に増加する。さらに、となり（4, 5番コイル間）にミラー磁場を作るとほとんど観測されなくなるなどが実験的に分かっている。以上のことから、X線の放出はミラー磁場中の捕捉電子によるものと考えられる。

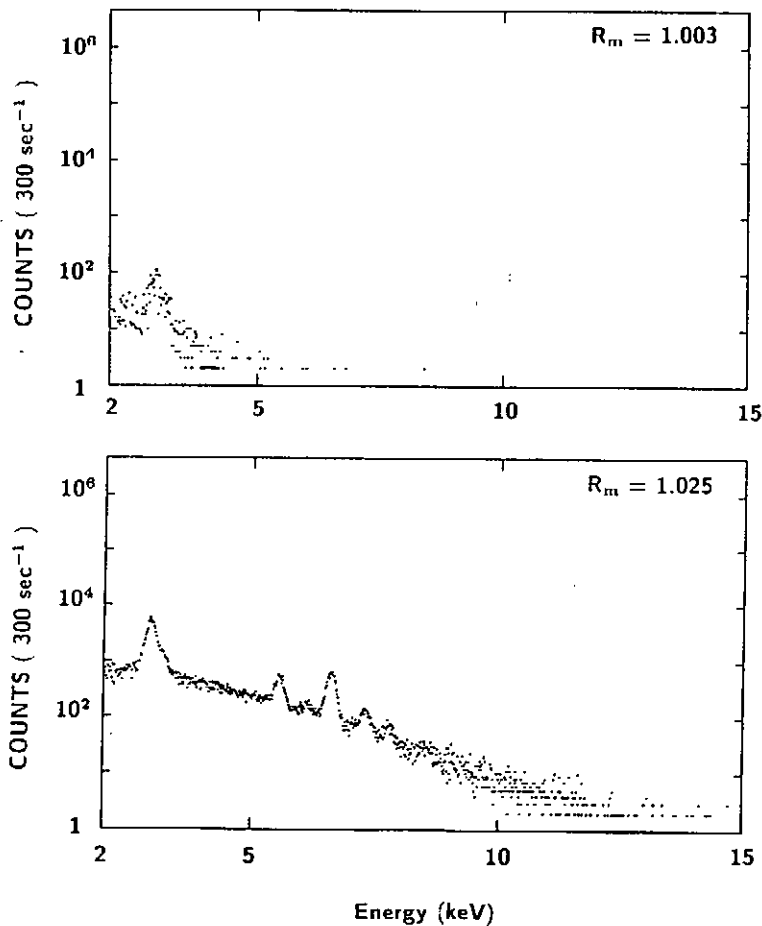


図3. 観測されたX線のエネルギースペクトル。上図：ミラー比  $M=1.003$ ；下図：ミラー比  $M=1.025$ 。

次に、ミラー比を一定に保ったまま、磁場強度を上げていく実験を行った。これは

外場（電子サイクロトロン波）の振動数と系の固有振動をずらしていくことに対応している。この場合、X線の放出は減少することが期待されるが、実験結果も図4に示すように、磁場強度の増加とともにX線放出はほとんど起こらなくなっている。

以上のように、現時点までの実験結果は、電子サイクロトロン波と捕捉電子から成る系においてカオス現象が起きていることを強く支持している。

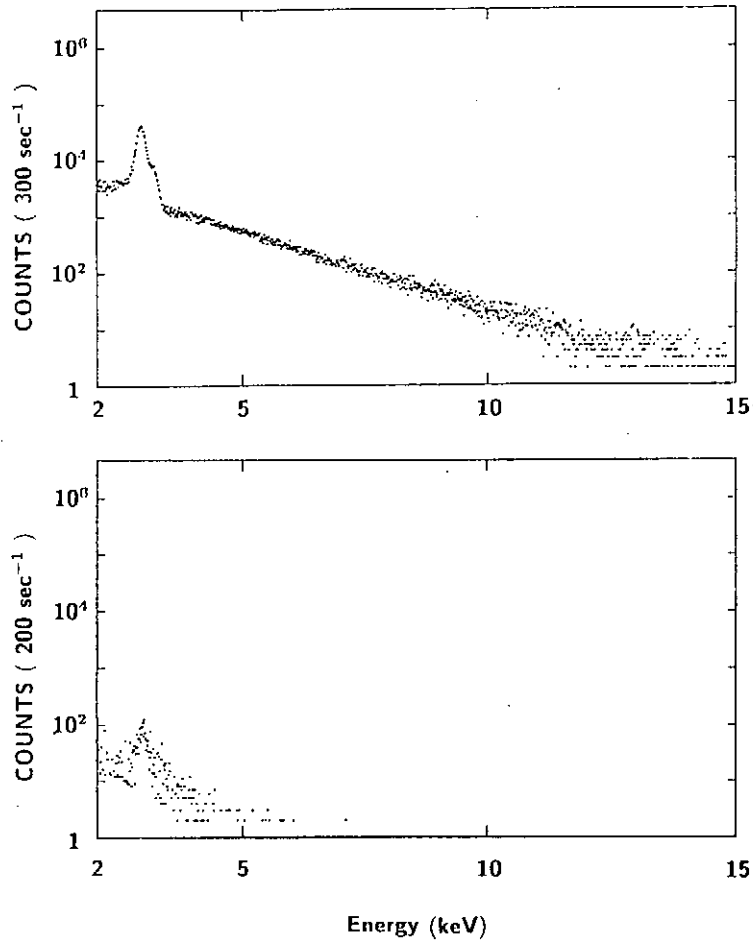


図4. X線のエネルギースペクトル. 上図:  $\omega/\omega_{ce} = 0.96$ ; 下図:  $\omega/\omega_{ce} = 0.83$ . ミラー比  $M=1.081$

ハミルトン系のカオスは直接相空間を見ることができれば問題はないが、実験的にそれを行うのは非常に困難である。そのため、間接的ではあるがX線のスペクトルからエネルギー分布関数を評価し粒子の相空間における振る舞いを推定する。この際、実験では得られない情報を提供する粒子シミュレーションの結果が重要となる。図2にも示したように、我々の系は一方向に伝播する単一の波動と粒子から成る系である。したがっ

て、計算のためのモデル化が容易でありすでに予備的な結果もいくつか得ている。今後さらに、実験理論の両面で詳細を詰めていく予定である。

#### 参考文献

- [1] G. R. Smith A. N. Kaufman; Phys. Rev. Lett. 34(1975)1613.
- [2] F. Skiff, *et al.*; Phys. Rev. Lett 58(1987)1430
- [3] R. A. Dandl, *et al.*; Nucl. Fusion 4(1964)334
- [4] H. Ikegami, *et al.*; Phys. Rev. Lett. 19(1967)778
- [5] T. Kawamura, *et al.*; Nucl. Fusion 11(1971)339
- [6] M. Seidal; Plasma Phys. 6(1964)597
- [7] F. Jaeger, *et al.*; Plasma Phys. 14(1972)1073

## イオンシースにおけるカオス現象

九州大学大学院総合理工学研究科  
九州大学応用力学研究所

小森彰夫、田中雅慶、河合良信  
河野光雄

今までイオンシースの不安定性に関連したカオスの実験を行ってきた。このシナリオは、不安定性が励起されているとき、外部から印加した振動が周期倍加のカスケードを経てカオスに到るというものであるが、最近の研究で不安定性はカオスの発生に不可欠の要素ではないことが明らかになった。

実験は、メッシュで仕切られたダブルプラズマ装置の片側に密度の高いプラズマを生成することによって行った。このプラズマ中に置いたステンレス製の円板とメッシュの間に円板が正、メッシュが負となるように直流電圧を印加し、直流電流を流すとコヒーレントな不安定波が励起される。直流電流  $I_0$ 、印加電圧  $V_0$  及びメッシュ前面のイオンシースの幅  $d$  の間にはチャイルドラングミュア則が成り立っている。不安定性はメッシュと円板間のポテンシャルよりメッシュで仕切られたもう一方のプラズマのポテンシャルが数 V 高い時に励起される。また、不安定性の周波数  $f_0$  は  $(eV_0/m_i)^{1/2}/d$  に比例しており、 $f_0$  はシースにおけるイオンの通過時間に関係している。これらのことから、不安定性は反射イオンのバンチングにより発生すると思われる。不安定性が励起されているとき、メッシュに正弦波を印加するとプラズマ電流などの波形から不安定性が消え、外部振動が残る。外部振動の周波数  $f_1$  やメッシュと円板間の密度を変えると周期倍加のカスケードが起こり、遂にはカオス状態となる。この現象は、不安定性が励起されているときに起こり易いため、カオスの発生には不安定性が必要不可欠であると考えた。

図 1(a) に示したように、メッシュの裏側のプラズマの密度  $n_{0D}$  を上げていくと、このプラズマのポテンシャルは下がることが分る。このとき、メッシュと円板間のポテンシャルはほとんど変化しないため、両プラズマ間のポテンシャル差  $\Delta\phi$  は小さくなる。図 1(b) は、図 1(a) と同時に測定したプラズマ電流の揺動のスペクトルで、 $\Delta\phi$  が小さくなると不安定性が安定化されることを示している。この安定化された系に外部振動を印加し、例えば  $f_1$  を上げていくと周

期倍加のカスケードを経てカオス状態が得られる。これを図2に示す。 $f_1$ を更に上げると $f_1/3$ と $2f_1/3$ の振動があらわれ、いわゆる窓が観測される。この周期倍加を経てカオスに到るシナリオは、外部振動の振幅あるいはメッシュと円板間の密度を変化させても観測されるが、初期値に極めて敏感である。初期値の選び方によっては、図3に示したように、1/3-分岐がカオスに到ることなく1/2-分岐に変わるような応答を生じることになる。また、1/2-分岐と1/3-分岐のどちらが先にあらわれるかといったことも初期値に依存している。不安定性が励起されていないときと励起されているときでは、前者の方がカオス状態を実現するにはパラメーターの選び方が数段難しいことが分った。

以上のことから、我々の系は、チャイルドラングミュア則で表される非線形性を持ったイオンシースにイオンが捕捉されることにより、外部振動に対してカオ斯的応答をすることと思われる。この仮定の下で得られた理論と実験結果は良く一致している。

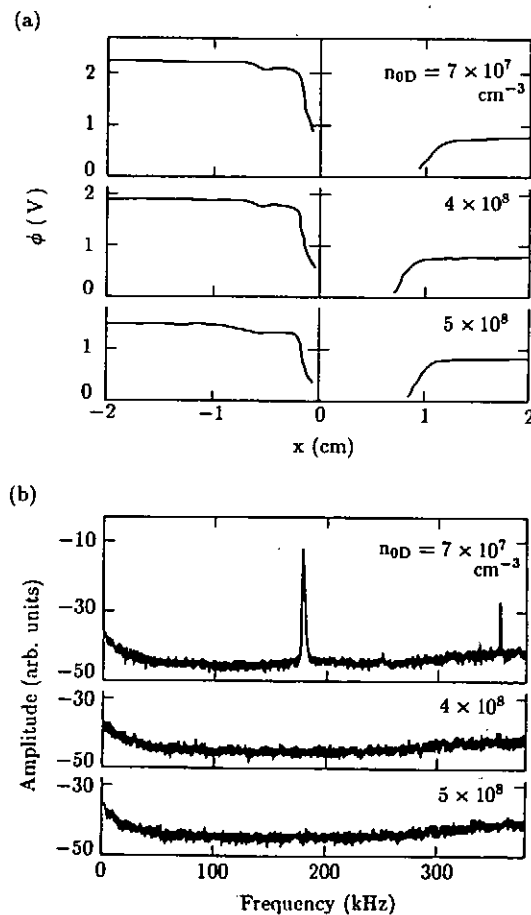


図1 (a) メッシュ近傍のポテンシャル分布のプラズマ密度  $n_{0D}$  依存性。(b)(a) に対応して測定したプラズマ電流の揺動のスペクトル。



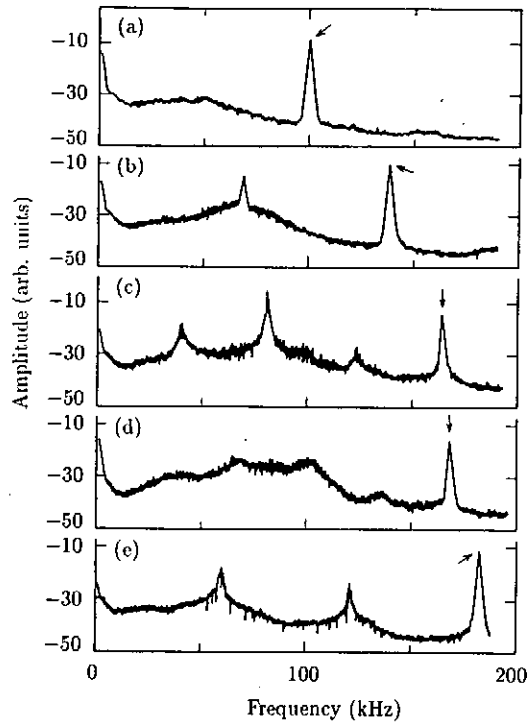


図2  $f_1$ を変化させることによって得られた周期倍加のカスケードとカオス。(d)がカオス状態のスペクトラムを、(a)-(c)と(e)はカオスに到るまでの周期倍加のカスケードを示している。矢印が外部強制振動の周波数  $f_1$ を表わしている。

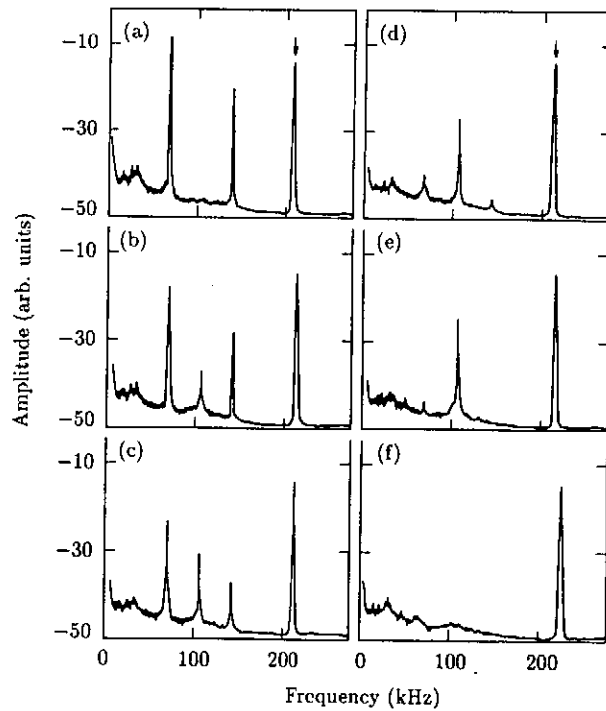


図3  $1/3$ -分岐と  $1/2$ -分岐があらわれるがカオスへ集積しない例を示すスペクトル。図2同様  $f_1$ を変化させている。

これまでイオンシースで観測されるカオスはシース不安定性に起因しているとされてきた。この不安定性は Double plasma 装置でグリッドをはさんでつくられたポテンシャル差による反射イオンビームのバンチングに基づくもので、揺らぎが発生し、外部振動と結合して揺動電流の信号にカオスが見られるというシナリオである<sup>1)</sup>。しかし、図1に示すような条件でも、イオンはシースに捕捉され、イオンシースが Child-Langmuir 則で表される非線形性をもつことを考慮すると、外部振動に対してカオ斯的応答をすることが考えられる。

イオンシースの構造は

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}nv = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}v = \frac{e}{M}E, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi en. \quad (3)$$

の定常解として求められ

$$x - x_0 = \frac{eE_0}{M\omega_{pi}^2} \left\{ (1 - A/2)(E/E_0 - 1) + (A/6)(E^3/E_0^3 - 1) \right\},$$

$$A = (\omega_{pi} E_0 / 4\pi en_0 v_0)^2. \quad (4)$$

と表される。このイオンシースのもとでのイオンの運動を考えよう。力学変数を  $(x, v) \rightarrow (E, J)$  とかえると、運動方程式は

$$\frac{dE}{dt} = \frac{J}{1 + A(2E/E_0 + E^2/E_0^2)}, \quad (5)$$

$$\frac{dJ}{dt} = -\omega_{pi}^2 E, \quad (6)$$

となり積分

$$\omega_{pi}^2 E^2 \left\{ 1 + A \left( \frac{4E}{3E_0} + \frac{E^2}{2E_0^2} \right) \right\} + J^2 = const. \quad (7)$$

をもつ。この積分上の軌道の振動外場に対する応答は

$$\frac{d^2 J}{dt^2} = - \frac{\omega_{pi}^2 J}{1 + A(2E/E_0 + E^2/E_0^2)} - \nu \frac{dJ}{dt} + \Omega \omega_{pi}^2 E_{ext} \cos(\Omega t). \quad (8)$$

で調べられる。ここで減衰項を導入したのは、実験で観測される分岐カスケードとカオスは散逸系のものであるという理由からである。このとき上の式で  $E$  をその漸近値でおきかえることができる。

$$E \simeq - \frac{\nu}{\omega_{pi}^2} J, \quad (9)$$

(9) 式を (8) 式に代入して、規格化すると

$$\frac{d^2 J}{dt^2} + \frac{J}{1 + A(2\nu J + \nu^2 J^2)} + \nu \frac{dJ}{dt} - \Omega E_{ext} \cos(\Omega t) = 0, \quad (10)$$

となる。これを数値計算した結果は図(2)、図(3)のように外部振動の振幅一定で振動数をかえても、振動数一定で振幅をかえても、分岐カスケードからカオスを示す。これは安定系で観測された分岐とカオス<sup>2)</sup>によく一致している。また(4)式は  $A < 2$  で多価関数となり、電流-電圧特性にヒステリシスが現れる実験事実をよく説明している。 $A \geq 2$  では外部振動の振動数を変えたとき 1/2-分岐, 1/3-分岐 があらわれるが、初期値に極めて敏感でカオスへの集積が認められない場合もある。これも実験の結果とよく合っている。

参考文献

- 1) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai: J. Phys. Soc. Jpn. **58** (1989), 28
- 2) T. Norimine, N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori, M. Kono and Y. Kawai: 日本物理学会  
第46回年会予稿集第4分冊 27GP-G-8

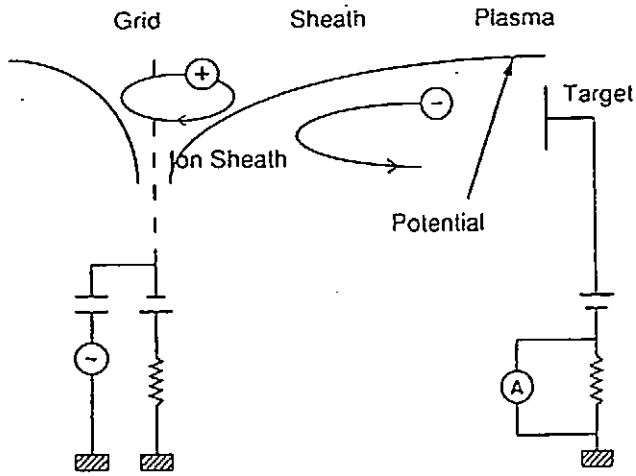


图 1

图 (2)

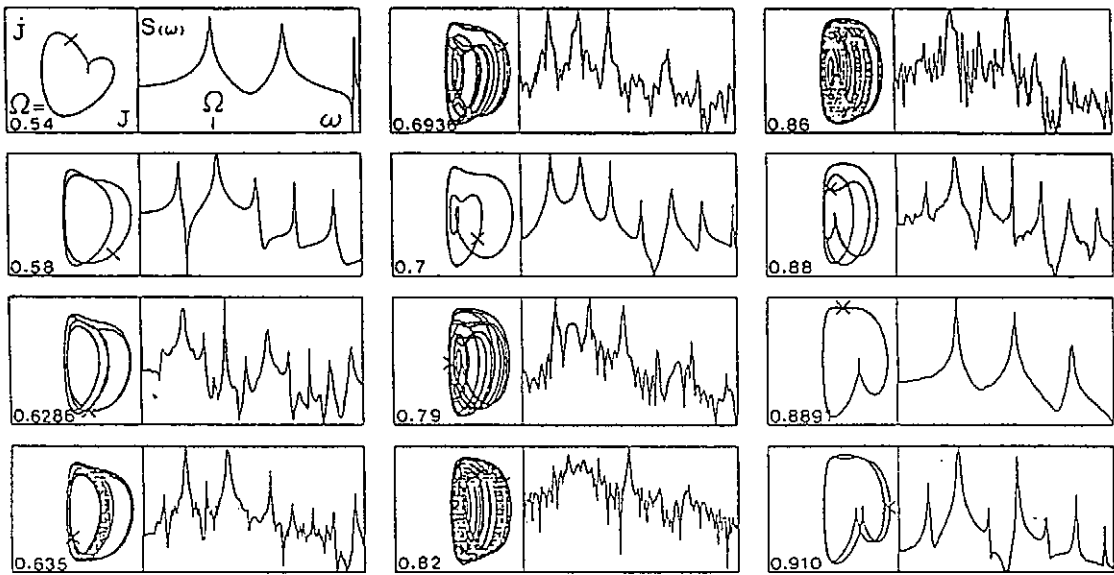
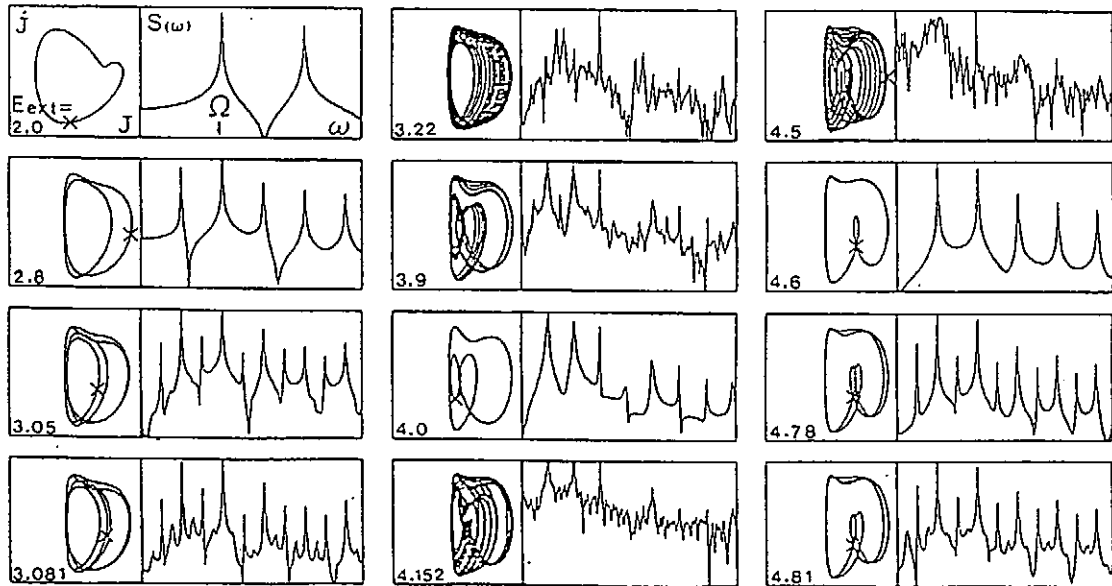


图 (3)



## Structure of the Woltjer State of a Plasma

Zensho Yoshida

*Department of Nuclear Engineering, The University of Tokyo*

Analytical solutions of the static plasma equations were intensively studied in 1950's; For example see VanKampen and Felderhof.<sup>1)</sup> A force-free field  $\mathbf{u}$  is the zero pressure-gradient limit of a plasma equilibrium, which is characterized by

$$(\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

where  $\mathbf{u}$  corresponds to the magnetic flux density,  $\nabla \times \mathbf{u}$  is proportional to the current density in the plasma. Equation (1) is equivalent to

$$\nabla \times \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}, \quad (2)$$

where  $\lambda$  is a scalar function. By  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ,  $\lambda$  should satisfy

$$(\nabla \cdot \mathbf{u}) \lambda = 0. \quad (3)$$

A solution with a non-constant  $\lambda$  is sometimes called a nonlinear force-free field.<sup>2)</sup> Although the equations look simple, even the solvability of the general nonlinear problem is unknown. The linear force-free equation with a constant  $\lambda$  is identical to the eigenvalue problem associated with the curl operator. Under appropriate conditions, we can prove that the eigenvalue  $\lambda$  takes a value in a discrete set.<sup>3)</sup> Woltjer<sup>4)</sup> introduced a variational principle to characterize a constant- $\lambda$  force-free field as an eigenstate of a plasma. For the normalized helicity of the vector field,  $|\lambda|$  corresponds to the energy of each eigenstate. With restricting the helicity by introducing a Lagrange multiplier  $\lambda$ , we consider a functional

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{w} + \mathbf{h})^2 dx - \lambda \int_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{w} + \mathbf{h}) \cdot \mathbf{w} dx, \quad (4)$$

Here  $\Omega$  is the total volume of the plasma,  $\mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{w} + \mathbf{h}$ ,  $\mathbf{h}$  is a fixed vacuum field such that  $\nabla \cdot \mathbf{h} = 0$ ,  $\nabla \times \mathbf{h} = 0$ , and the vector potential  $\mathbf{w}$  satisfies a boundary condition  $\mathbf{n} \times \mathbf{w} = 0$  ( $\mathbf{n}$  is the unit normal vector onto the boundary  $\partial\Omega$ ). The first term in the right-hand side of (4) corresponds to the magnetic energy. The Euler-Lagrange equation with respect to (4) is the eigenvalue problem (2) (Rayleigh's principle). Since the helicity conserves as far as the resistive dissipation is negligible, a state that is a minimizer of  $J(\mathbf{w})$  is regarded as an eigenstate with minimized magnetic energy.

The eigenfunction of curl is called a Woltjer state, which was originally highlighted in its relation to the structures of astrophysical plasmas. A turbulent laboratory plasma also has tendency to relax into a Woltjer state.<sup>5)</sup> In many other fields of physics, eigenfunctions of curl are frequently studied. A flow described by an eigenfunction of curl is called a Beltrami flow. Other examples in recent articles of applications of the curl's eigenfunctions are seen in the representations of waves with circular polarizations,<sup>6)</sup> the inverse source problem for the acoustic and electromagnetic equations,<sup>7)</sup> and more practically the superconducting magnet design problems.<sup>8)</sup>

Let  $\Omega$  be a smoothly bounded three-dimensional domain of arbitrary topology. We introduce a self-adjoint curl operator by choosing suitable boundary conditions. Let us denote  $L^2(\Omega)$  the Hilbert space of square-integrable vector functions on the domain  $\Omega$ . We define the following subspaces of  $L^2(\Omega)$ ;<sup>9,10)</sup>

$$\begin{aligned} L^2_{\Sigma} &= \{ \mathbf{u} \in L^2(\Omega) ; \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0, \text{flux} = 0 \}, \\ L^2_{\text{H}} &= \{ \mathbf{h} \in L^2(\Omega) ; \nabla \cdot \mathbf{h} = 0, \nabla \times \mathbf{h} = 0, \mathbf{n} \cdot \mathbf{h} = 0 \}, \\ L^2_{\text{G}} &= \{ \mathbf{v} \in L^2(\Omega) ; \mathbf{v} = \nabla \varphi, \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \}, \\ L^2_{\text{F}} &= \{ \mathbf{w} \in L^2(\Omega) ; \mathbf{w} = \nabla \varphi, \mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = 0 \}, \end{aligned}$$

where  $\varphi$  is a single-valued scalar function, flux is given by  $\int_{\Sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} \, ds$ , where  $\Sigma$  is a cut of multiply connected  $\Omega$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  is a unit normal vector onto  $\Sigma$ . Using these subspaces, we obtain direct-sum decompositions;<sup>10)</sup>

$$L^2(\Omega) = L^2_{\Sigma} \oplus L^2_{\text{H}} \oplus L^2_{\text{G}} \oplus L^2_{\text{F}},$$

$$\begin{aligned}\text{Ker}(\text{curl}) &= \{ \mathbf{u} \in L^2(\Omega); \nabla \times \mathbf{u} = 0 \} = L^2_H \oplus L^2_G \oplus L^2_F, \\ \text{Ker}(\text{div}) &= \{ \mathbf{u} \in L^2(\Omega); \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \} = L^2_\Sigma \oplus L^2_H \oplus L^2_G.\end{aligned}$$

Here  $L^2_H$  is the space of harmonic vector fields that represent the cohomology classes, and its dimension is equal to the genus of  $\partial\Omega$ . When we consider the homogeneous boundary condition  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$  on  $\partial\Omega$ , then  $L^2_\Sigma \oplus L^2_H$  is the total of such solenoidal fields. If we impose an inhomogeneous condition  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = g$  on  $\partial\Omega$ , we decompose  $\mathbf{u} = \mathbf{w} + \mathbf{v}$  with  $\mathbf{w} \in L^2_\Sigma \oplus L^2_H$ ,  $\mathbf{v} \in L^2_G$ ,  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = g$ , to homogenize the boundary condition.

The self-adjoint curl operator  $\mathcal{F}$  is defined in  $L^2_\Sigma$  i.e., the orthogonal complement of  $\text{Ker}(\text{curl})$ . The domain  $D(\mathcal{F})$  of  $\mathcal{F}$  is defined by

$$D(\mathcal{F}) = \{ \mathbf{u} \in L^2_\Sigma; \nabla \times \mathbf{u} \in L^2_\Sigma \},$$

which is a dense subset of  $L^2_\Sigma$ . We have the following theorem.<sup>3)</sup>

**Theorem 1.** *The curl operator  $\mathcal{F}$  is self-adjoint in the space  $L^2_\Sigma$ . The spectrum of  $\mathcal{F}$  consists of only point spectrum, and is a discrete set of real numbers. The set of eigenfunctions of  $\mathcal{F}$  gives an orthogonal complete basis of the space  $L^2_\Sigma$ .*

When we consider a multiply connected domain  $\Omega$  and a general solenoidal vector  $\mathbf{u}$  with a finite flux, i.e.  $\mathbf{u} \in L^2_\Sigma \oplus L^2_H$ , then we can find a force-free field for every complex number  $\lambda$ . We write  $L^2_\sigma = L^2_\Sigma \oplus L^2_H$ . We define a curl operator  $\mathcal{J}$  by  $\mathcal{J}\mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{u}$  for  $\mathbf{u} \in D(\mathcal{J})$ , where

$$D(\mathcal{J}) = \{ \mathbf{u} \in L^2_\sigma; \nabla \times \mathbf{u} \in L^2_\sigma \}.$$

We have the following theorem.<sup>3)</sup>

**Theorem 2.** *The spectrum of  $\mathcal{J}$  consists of only point spectrum.*

- (1) *When  $\Omega$  is multiply connected, then the spectrum of  $\mathcal{J}$  is the total of complex numbers, viz., for every complex number  $\lambda$ , the eigenvalue problem (2) has a solution in  $L^2_\sigma$ .*

(2) When  $\Omega$  is simply connected, then  $\mathcal{T} = \mathcal{S}$  so that the spectrum of  $\mathcal{T}$  is a discrete set on the real axis.

Chandrasekhar and Kendall<sup>12)</sup> gave explicit solutions of (2) in the cylindrical geometries; The Chandrasekhar-Kendall (CK for short) function<sup>11)</sup>

$$\mathbf{u} = \lambda \nabla \Phi \times \nabla z + \nabla \times (\nabla \Phi \times \nabla z), \quad \Phi = J_m(\mu r) \exp(im\theta - ikz), \quad (5)$$

is an eigenfunction of curl belonging to an eigenvalue  $\lambda$ . Here  $J_m$  is the Bessel function of order  $m$  ( $= 0, 1, 2, \dots$ ),  $\lambda = \pm(\mu_j^2 + k^2)^{1/2}$ ,  $k = \pm 2\pi n/L$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ),  $\mu_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) is determined by the boundary condition at  $r = a$ ,

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = \lambda \partial \Phi / \partial \theta + \partial^2 \Phi / \partial r \partial z = (\lambda m/a) J_m(\mu a) - k J_m'(\mu a) = 0, \quad (6)$$

where subscript  $j$  represents the  $j$ -th root of (6). For  $m=k=0$ , (6) is trivial, and the eigenvalue is determined by the vanishing flux condition;

$$2\pi \int_0^a \mathbf{u} \cdot \nabla z \, r dr = 2\pi \int_0^a J_0(\mu r) \, r dr = 2\pi a \mu^{-1} J_1(\mu a) = 0.$$

We have the following theorem.<sup>12)</sup>

**Theorem 3.** *The CK functions with 0 flux give the total of the eigenfunctions of the self-adjoint curl operator  $\mathcal{S}$  defined for functions in a periodic cylindrical domain  $\Omega$ . Every divergence-free field in  $\Omega$  is expanded by CK functions with 0 fluxes, the cohomology  $\nabla z$ , and the transverse vacuum field  $\nabla \varphi \in L^2_G$  with the specified non-homogeneous boundary value of the normal component  $\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}$ .*

Every CK function has flux surfaces, i.e. there exists a scalar function  $\psi$  such that  $\mathbf{u} \cdot \nabla \psi = 0$ , where  $\mathbf{u}$  is a certain CK function. Thus, the vector field  $\mathbf{u}$  is everywhere tangential to a constant- $\psi$  surface, so that a plot of  $\psi$  visualizes the vector field  $\mathbf{u}$ . Since the Hausdorff dimension of each constant- $\psi$  surface is 2, this relation implies that the field  $\mathbf{u}$  is not ergodic.



Let us derive the helical flux function  $\phi$  for  $m > 0$  modes. We may write

$$\mathbf{u} = \nabla\phi \times \nabla z + u_z (km^{-1}r^2\nabla\theta + \nabla z). \quad (7)$$

It is easy to demonstrate the helical flux function  $\phi$  satisfies  $\mathbf{u} \cdot \nabla\phi = 0$ . By comparing (7) and (5), we obtain  $\phi = \lambda\Phi - km^{-1}r\partial_r\Phi$  and  $u_z = -(\Delta+k^2)\Phi$ . Similarly for  $m = 0$  modes, we can define a poloidal flux function.

The CK functions have magnetic surfaces, so that the field lines are not ergodic. This fact seems to be tightly related to the symmetry of the domain. The abstract Theorem 1 proves the existence of eigenfunctions for general domain of arbitrary topology and shape. As far as the author knows, however, there is no explicit example of an analytic solution of the eigenvalue problem without any symmetry. This probably is because the eigenfunction for a non-symmetric problem is ergodic whose complexity rejects any analytic expression.

The ergodic problem of force-free fields leads to a further interest when we consider the nonlinear problem with non-constant  $\lambda$  in (2) and (3). For symmetric cases, we know that the problem is solvable for non-constant  $\lambda$ . For the axisymmetric case, where  $\partial_\theta = 0$  in the  $(r, \theta, z)$  coordinates, equations (2) and (3) are equivalent to the force-free version of the Grad-Shafranov equation;<sup>13)</sup>

$$r\partial_r(r^{-1}\partial_r\psi) + \partial_z^2\psi = -W'(\psi),$$

where  $\psi$  is the flux function,  $\nabla W(\psi) = W'(\psi)\nabla\psi$ ,  $W(\psi) = F^2(\psi)$ ,  $\nabla F(\psi) = \lambda(\psi)\nabla\psi$ , and the force-free field  $\mathbf{u}$  is related to  $\psi$  and  $F(\psi)$  by  $\mathbf{u} = \nabla\psi \times \nabla\theta + F(\psi)\nabla\theta$ . We thus can imagine as follows; When the solution has no symmetry, then the solution must be ergodic. When  $\mathbf{u}$  is ergodic, so that a field line is densely embedded in a volume, then the relation (3) implies that  $\lambda$  must be a constant throughout the volume. In such a case, the problem is solvable only if  $\lambda$  is a constant. In fact, as far as  $\lambda$  is a constant, the problem is solvable (Theorem 2). This expectation, though we have no rigorous proof, implies a drastic chaos in force-free fields, because any finite perturbation to the symmetry must result in ergodic force-free fields.

## REFERENCES

- 1) N.G. VanKampen and B.V. Felderhof, *Theoretical Methods in Plasma Physics* (North-Holland, Amsterdam, 1967).
- 2) B.C. Low, Rev. Geophys. Space Phys. **20** (1982), 145.
- 3) Z. Yoshida and Y. Giga, Math. Z. **204** (1990), 235.
- 4) L. Woltjer, Astrophys. J. **128** (1958), 384, and Proc. Natl. Acad. Sci. U.S. **44** (1958), 489.
- 5) J.B. Taylor, Rev. Modern Phys. **58** (1986), 741.
- 6) Z. Yoshida, J. Plasma Phys. **45** (1991), 481.
- 7) H.E. Moses, J. Math. Phys. **25** (1984), 1905, and H.E. Moses and R.T. Prosser, Proc. R. Soc. London A **422** (1989), 351.
- 8) N.A. Salingaros, Appl. Phys. Lett. **56** (1990), 617.
- 9) C.B. Morrey, *Multiple Integrals in the Calculus of Variations* (Springer-Verlag, Berlin, 1966).
- 10) C. Foias and R. Temam, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa **5** (1978), 29.
- 11) S. Chandrasekhar and P.C. Kendall, Astrophys. J. **126** (1957), 457.
- 12) Z. Yoshida, J. Math. Phys. **33** (1992), in press.
- 13) H. Grad and H. Rubin, in *Proceedings of the Second International Congress on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, Vol. 31 (United Nations, Geneva, 1958) 190.

# RFPダイナモに伴う異常粒子輸送のシミュレーション解析

大阪工業大学工学部

長田 昭義

名古屋大学プラズマ科学センター 佐藤 紘一

核融合科学研究所

天野 恒雄

## 1. はじめに

逆磁場ピンチ (RFP) は古典的拡散時間で崩壊することなく、トロイダル電流が持続する限り RFP 配位を維持している。しかし、エネルギーの閉じ込め時間はトカマクと比較して1桁以上も悪く、その機構の理論的解明が重要課題である。

これまでの3次元非線形MHDのシミュレーション解析により、RFPにおける逆磁場配位の維持機構がティアリングモード不安定性の非線形発展による磁場揺動とプラズマフローとの相互作用でつくるダイナモ作用 (MHDダイナモ) によることを見出した。更に、このMHDダイナモが逆転面の位置するプラズマ周辺部の磁力線を乱雑で構造のない状態、いわゆる磁力線のストカスティック (非決定論的) な状態である磁気面のカオス化をもたらし粒子の異常輸送を引き起こすことも指摘した。実験的にもこれらの振舞いがSTP-3MやTPE-1RM15で観測されている。このようなダイナモ電場の間欠的な発生過程によって、磁力線が破壊されエルゴード的な運動を呈し磁気島の成長に伴ってプラズマ中心部の無衝突な高エネルギー電子が外方向に異常拡散して、結果として、RFPのエネルギー閉じ込めを大幅に悪化させている可能性がある。

本研究では、RFPの緩和現象と深く関係した高エネルギー荷電粒子の振舞いに着目し、MHDの磁気揺動をもつRFP配位中での電子の拡散過程をテスト粒子軌道のモンテカルロシミュレーションを行い、MHDダイナモ過程に伴うストカスティック磁場による粒子輸送特性について議論する。

## 2. シミュレーションモデル

強磁場中の新古典輸送の解析では、旋回中心ドリフト方程式が便利で且つ正確に計算できる。ここで用いている軌道方程式は、WhiteとChanceの方法によって展開している。特に、RFPのMHD揺動によって生じる異常輸送を議論するので、磁場揺動の項を旋回中心ドリフト方程式に導入し、テスト粒子の揺動する旋回中心の振舞いから異常輸送係数を計算する。 $\Psi$ 、 $\rho_{\parallel}$ 、 $\theta$ そして $\phi$ 座標におけるドリフト運動に対するハミルトニアンは

$$H(\psi, \rho_{\parallel}, \theta) = (\rho_c - \alpha)^2 \frac{e^2 B^2(\psi, \theta)}{2m} + \mu B(\psi, \theta) + e\Phi(\psi, \theta), \quad (1)$$

ここで、

$$\rho_c = \rho_{\parallel} + \alpha, \quad \rho_{\parallel} = \frac{mv_{\parallel}}{eB}, \quad \mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}.$$

$\alpha$  は § 3 で述べる MHD コードによって計算される磁場揺動の係数であり次式で与える：

$$\alpha = \sum_{m,n} \alpha_{mn}(\psi) \sin(n\varphi - m\theta - \delta_0),$$

ここで、 $\Phi(\Psi, \theta)$  はプラズマ中の電位であるが、ここでは考慮していない。従って、 $\Phi(\Psi, \theta) = 0$  である。 $\Psi$  はトロイダル磁束であり、 $\theta$  と  $\phi$  は、それぞれ周期性をもったポロイダルおよびトロイダル方向の角度である。

このとき、ハミルトニアン旋回中心ドリフト方程式は

$$\frac{dp_\phi}{dt} = \rho_\parallel \frac{e^2 B^2}{m} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi}, \quad (2)$$

$$\frac{dp_\theta}{dt} = - \left( \rho_\parallel^2 \frac{e^2 B}{m} + \mu \right) \frac{\partial B}{\partial \theta} + \rho_\parallel \frac{e^2 B^2}{m} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}, \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \left[ \left( \rho_\parallel^2 \frac{e^2 B}{m} + \mu \right) \frac{\partial B}{\partial \psi} - \rho_\parallel \frac{e^2 B^2}{m} \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} \right] \left( \frac{-I}{D} \right) + \rho_\parallel \frac{e^2 B^2 (\rho_c I' + 1)}{m D}, \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \left[ \left( \rho_\parallel^2 \frac{e^2 B}{m} + \mu \right) \frac{\partial B}{\partial \psi} - \rho_\parallel \frac{e^2 B^2}{m} \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} \right] \left( \frac{g}{D} \right) - \rho_\parallel \frac{e^2 B^2 (\rho_c g' - 1)}{m D}, \quad (5)$$

であり、さらに、

$$\frac{d\psi}{dt} = - \left( \rho_\parallel^2 \frac{e^2 B}{m} + \mu \right) \frac{g}{D} \frac{\partial B}{\partial \theta} + \rho_\parallel \frac{e^2 B^2}{m} \left( \frac{g}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} - \frac{I}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} \right), \quad (6)$$

$$\frac{d\rho_\parallel}{dt} = \frac{\rho_\parallel^2 \frac{e^2 B}{m} + \mu}{D} \left[ \left( \rho_c g' - 1 + g \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} \right) \frac{\partial B}{\partial \theta} + \left( I \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} - g \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \right) \frac{\partial B}{\partial \psi} \right], \quad (7)$$

ここで、 $P_\phi$  と  $P_\theta$ 、それぞれトロイダルおよびポロイダル方向のカノニカル運動量である。関数  $D$  は次式で定義される：

$$D = e [g(\rho_c I' + 1) - I(\rho_c g' - 1)].$$

式中の  $I(\Psi)$  と  $g(\Psi)$  は全トロイダルおよびポロイダル電流であり、 $\iota(\Psi)$  は回転変換角である。式中の  $'$  は  $\Psi$  に関する微分を表している。

実際の計算では、これらの方程式を特徴的なそれぞれの量で規格化し (2) - (7) の方程式によって各時刻における粒子軌道を解く。無衝突の場合には STEP コードを用い、衝突のある場合の軌道に対しては、Burlirsch と Stoer の外挿コードを用いる。また、ピッチ角の散乱演算子は、Boozer と Kuo-Petravic によって与えられたものを用いて行う。その他の拡散係数の表式等については文献 1) に詳細に示されている。

### 3. RFP プラズマ中の MHD 揺動

RFP プラズマ中の MHD 揺動の非線形発展をシミュレートするために、円柱座標系  $(r, \theta, z)$  での MHD 方程式からなる圧縮性を考慮した抵抗性 MHD コードを用いて解析する。このコードは  $r$  については有限差分法で行い、 $\theta$  と  $z$  についてはフーリエ展開法を用いている。また、圧縮性アルフェンモードによる短時間ステップになるのを避けるために、semi-implicit 法で解いている。フーリエモードはマルチヘリシティの 58 組の  $(m, n)$  モードを考慮し、アスペクト比  $A$  は実際の実験装置に近い  $A = 5$  で、初期平衡

配位は、Robinsonの有限ベータ解析による平衡磁場分布を用いて計算する。本シミュレーション解析では磁気レイノルズ数 $S$ を $10^4$ から $10^6$ の範囲で変化させ磁場揺動を調べる。解析コードに用いた方程式の説明や磁場揺動の挙動については文献2)に示されている。

図1はシミュレーションで用いたRFP平衡磁場配位である。トロイダル磁束は保存し、トロイダル電流は時間的に一定になるような境界条件にしている。図2は $S = 10^5$ で $\beta = 4.5\%$ の場合に対する逆転面の内側におけるトロイダル磁束 $\Phi$ と逆転面におけるポロイダル電場 $E_\theta$ の時間発展を示している。逆転比 $F$ とピンチパラメータ $\theta$ は、それぞれ $-0.18$ と $2$ である。 $\beta$ の急激な増加を防ぐために、圧力方程式中に拡散項を導入して一定値に保持させている。逆磁場配位は $t=200\tau_a$ までのシミュレーション解析の間維持されている。ここで、 $\tau_a$ はアルフェン時間である。負の $E_\theta$ (斜線部分)がトロイダル磁束の発生に相当し、トロイダル磁束は $E_\theta$ が時間的に負に増加するときに間欠的に増加する。図3は6つの支配的なモードである(1;-10,-11,-12,-13,-14,-9)の時間発展を示している。全磁場揺動エネルギーは平衡磁場エネルギーの約1%である。支配的なモードのほとんどが共鳴モードのティアリングモードである。これらのモード発展は実験で観測されるものと良く一致している。図4は異なる $\theta$ 座標で同じ( $r, z$ )面から出発させた3本の磁力線の典型的な時刻におけるポアンカレプロットである。 $m=1$ モードが成長し他の $n$ モードと非線形結合し始めると磁力線が構造をもたない、いわゆるストカスティックになる。

#### 4. MHD揺動による輸送過程

§3で述べたように、MHD揺動は逆磁場ピンチ配位を維持するには必要不可欠である。これらの磁場揺動は磁力線のブレイディングや磁気面の歪みと破壊に導く。磁気面の破壊度は通常ストカスティシティパラメータ $R$ によって測られる：

$$R = \frac{\frac{1}{2}(\Delta_{mn} + \Delta_{m'n'})}{|r_{mn} - r_{m'n'}|},$$

ここで、 $r$ は有理面の半径であり、 $\Delta$ は有理面近傍の磁気島のセパトリックスの幅である。 $m, n$ および $m', n'$ は隣合う有理面の2つの調和モードを示している。

この節では、高いストカスティシティ $R \gg 1$ をもったMHD揺動によって生じる異常輸送について、分散法を用いて単一エネルギーの拡散係数のみを計算し議論する。この時、バックグラウンドプラズマとテスト粒子の温度は $1\text{keV}$ として計算する。

MHD揺動の在る場合には、粒子の分散は2つあるいは3つの異なる勾配をもつようになる。図5にはMHD揺動下での典型的な分散特性が示されている。拡散係数は平均の勾配で計算するか、あるいは直接に図7に示すような局所的な拡散係数の揺動範囲で計算する。モンテカルロシミュレーションを行うためのテスト粒子数 $N$ は、60から180の範囲で拡散係数を計算した結果(図6)、 $N > 60$ に対してほぼ一定値を示すので、今後、

シミュレーションでは $N = 60$ で計算する。図7は電子とイオンの拡散係数に対する衝突周波数依存性を示している。これは $S = 10^4$ 、 $\beta = 8\%$ で、 $180\tau_a$ における結果である。バックグラウンドプラズマ密度は、衝突周波数を $2 \times 10^2$  (1/sec)から $10^6$  (1/sec)の範囲で調べるために、 $10^{11}$  ( $\text{cm}^{-3}$ )から $5 \times 10^{14}$  ( $\text{cm}^{-3}$ )まで変化させている。また、半径位置は $r = 5 \text{ cm}$ に固定している。電子の拡散係数はイオンの拡散係数に比較して約1桁から2桁大きくなり、この衝突周波数範囲では一定となる。しかし、 $10^5$ を越えると電子の拡散係数は徐々に減少する傾向にある。

図8は異常電子拡散係数の半径依存性を示している。MHD揺動レベルがある値を越える場所で電子が反射され、拡散係数の勾配が半径方向に変化する。その典型的な半径位置としては $r = 0.5a$ である。異なる $\beta$ と $S$ に対する異常電子拡散係数の時間発展が図9に示してある。バックグラウンドプラズマ密度は $10^{14}$  ( $\text{cm}^{-3}$ )で、半径位置は $r = 5 \text{ cm}$ に固定している。 $S$ が高くなると拡散係数は低くなる。これは $S$ が高くなると磁場揺動レベルが小さくなることに起因している。また、 $\beta$ の増加は拡散係数の増加に導く。 $\beta = 4.5\%$ の場合には、 $D \sim S^{-1/2}$ から $D \sim S^{-1/3}$ の依存性を示すが、 $\beta = 8\%$ の場合には $S$ に対する依存性は弱くなる。これらの結果は衝突周波数にはあまり依存しない。

異常粒子拡散係数のテスト粒子速度依存が図10に示されている。テスト電子エネルギーは適当な速度範囲を選ぶために $700 \text{ eV}$ から $4 \text{ keV}$ まで変化させている。磁場揺動やバックグラウンドプラズマ密度は前図の計算の場合と同じ条件であり、半径位置も $r = 5 \text{ cm}$ である。結果として、拡散係数は速度に比例して増加する。この比例関係 $D \sim v$ は、RechesterとRosenbluthによって与えられた高いストカスティシティのMHD揺動下での無衝突電子拡散係数に対する理論的示唆と良く一致している。

## 5. まとめ

MHD揺動をもつRFP磁場配位での異常輸送特性に対するモンテカルロシミュレーションを行った。その結果、RFPプラズマの異常電子拡散や熱伝導が古典および新古典輸送と比較して非常に大きな損失機構であり、揺動磁場をもつRFPプラズマの電子拡散係数が古典拡散係数よりも約2桁大きくなることが分かった。

## 参 考 文 献

- 1) T.S. Chen, A. Nagata, K.I. Sato, H. Ashida and T. Amano: J. Phys. Soc. Jpn., Vol.61, No.2, (1992) 526.
- 2) A. Nagata, H. Ashida, S. Koide, K.I. Sato and T. Amano: J. Phys. Soc. Jpn., Vol.58, No.11, (1989) 3970.

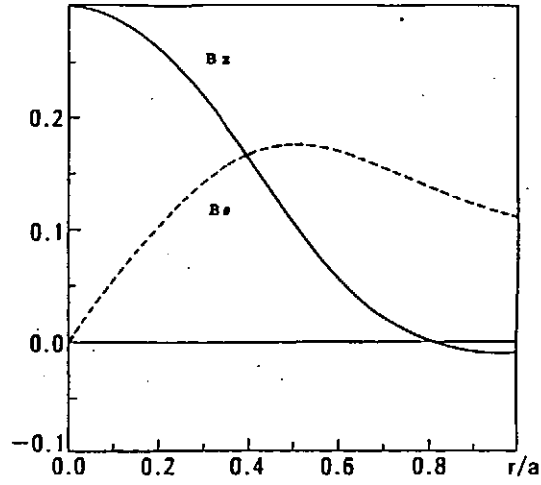


Fig. 1. Magnetic field profile of the reverse field equilibrium configuration used in the simulation.

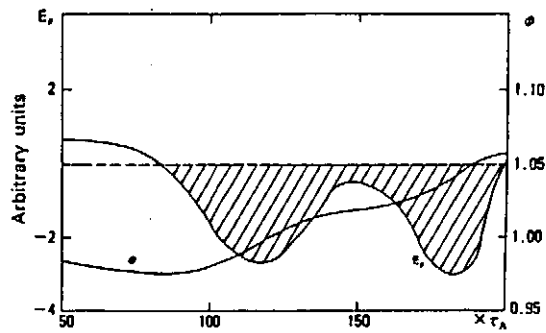


Fig. 2. Poloidal electric field  $E_\theta$  at the reverse field surface and toroidal magnetic field flux inside the reverse field surface versus time.  $E_\theta$  is negative in the shaded region where the flux enhancement occurs.

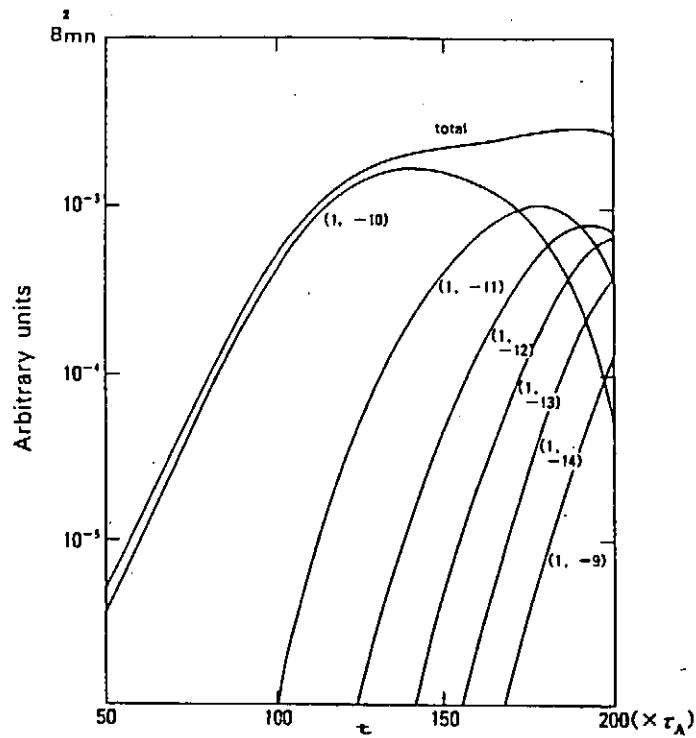


Fig. 3. Magnetic field energy of six dominant  $(m, n)$  modes together with total fluctuating magnetic field energy.

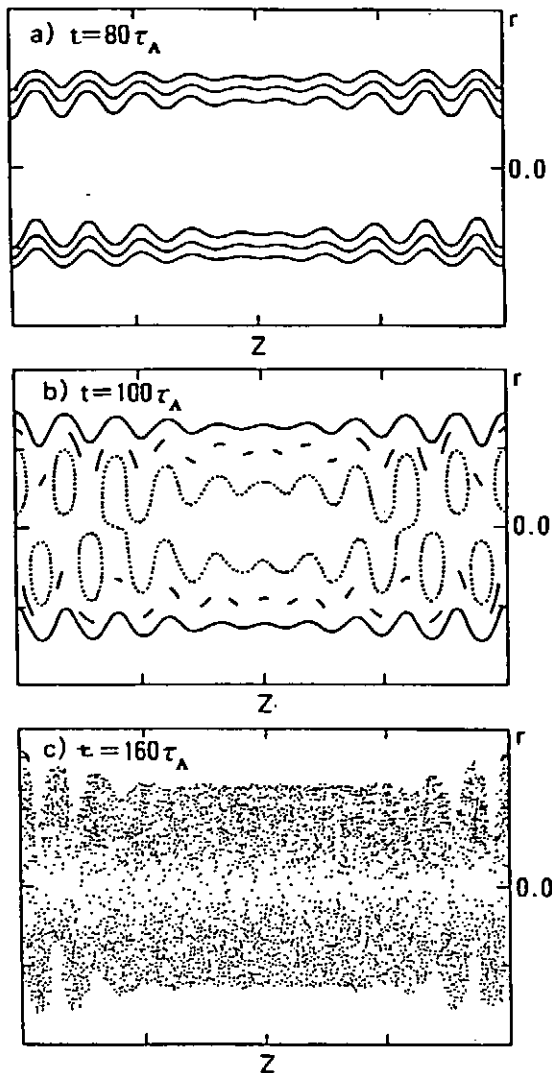


Fig. 4. Poincaré plots, at three different times of (a)  $t=80\tau_A$ , (b)  $t=100\tau_A$  and (c)  $t=160\tau_A$ , of three sample field lines which start from the same  $(r, z)$  but different  $\theta$  coordinates.

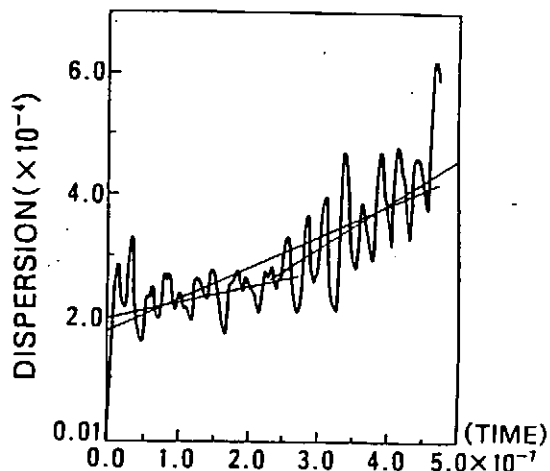


Fig. 5. The particle dispersion appears to have two or more piece-wise straight lines with different slope under MHD fluctuation configuration.

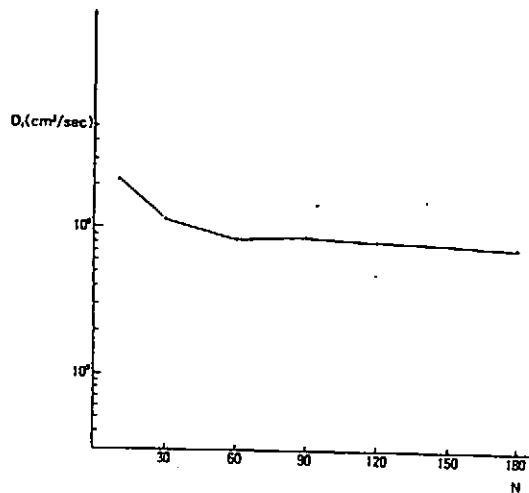


Fig. 6. Numerical sensitivity of the anomalous diffusion coefficient calculation on test particle number.

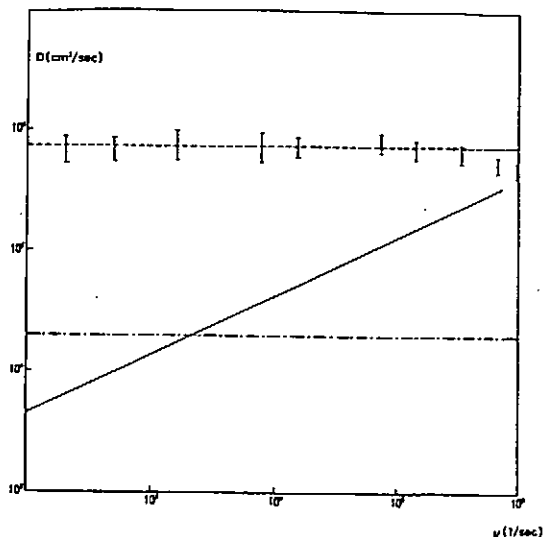


Fig. 7. Collision frequency dependence of the anomalous diffusion coefficient. Data with error bar are Monte Carlo results of electron diffusion coefficient, and the hyphen-line shows the level of collisionless electron diffusion coefficient. The hyphen-dot line shows the order of ion diffusion coefficient. Solid line is the classical ion diffusion coefficient obtained from  $\nu_i \rho_i^2$ .



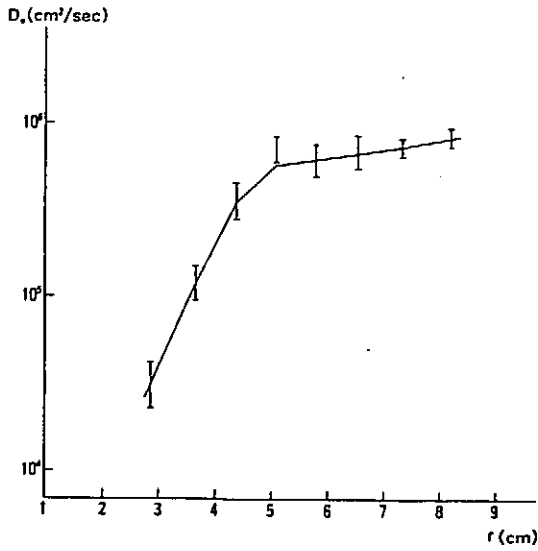


Fig. 8. Dependence of anomalous diffusion on radial position. The configuration parameter used were  $S=10^4$ ,  $t=180\tau_A$ , and  $\beta=8\%$ . Collision frequency was fixed at  $\nu=1.455 \times 10^3$  (1/sec) (corresponding to  $n=10^{14}$  (1/cm<sup>3</sup>)).

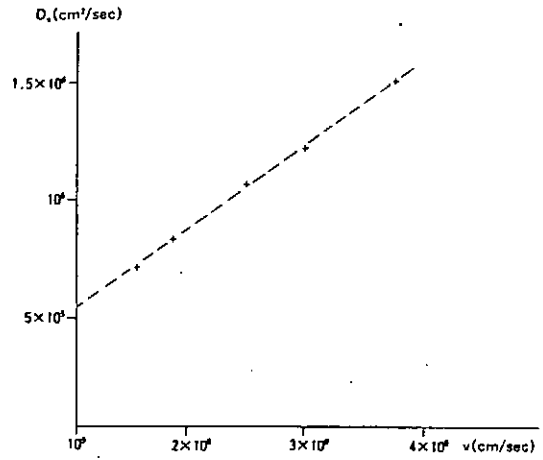


Fig. 10. Dependence of anomalous diffusion coefficient on test particle velocity.

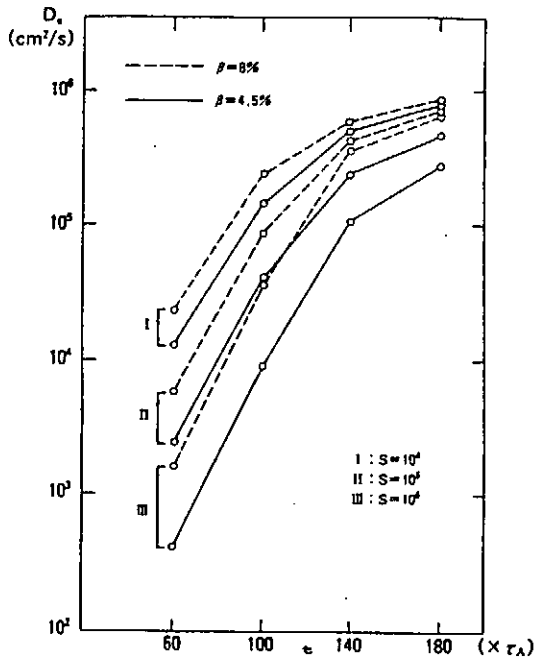


Fig. 9. Dependence of anomalous diffusion coefficient on MHD fluctuation level. The hyphen-lines corresponding to case of equilibrium  $\beta=8\%$ . The solid lines corresponding to case of equilibrium  $\beta=4.5\%$ .

# 逆磁場ピンチにおける非線形現象と自己組織化

電子技術総合研究所 プラズマ研究室

平野洋一

逆磁場ピンチには、プラズマの抵抗率による磁場の拡散に逆らって、プラズマ閉じ込めに必要な磁場配位をプラズマ自身が作り出し維持しようとする性質、いわゆるプラズマの自己組織化（あるいはダイナモ効果）が存在することが知られている。この自己組織化過程は、プラズマが与えられた境界条件の基で、系の磁場エネルギー最小の状態へと向かう緩和現象であると考えられているが、その具体的なメカニズムとしてはプラズマ中の磁場とプラズマの非線形的な相互作用であることが、実験における磁場揺動の解析、並びに三次元の電磁流体のシミュレーションで明かとなってきた。電子技術総合研究所の中規模逆磁場ピンチ実験装置 TPE-1RM15 においても様々な手法を用いて磁場揺動の解析を行い、この自己組織化過程における磁場揺動の振舞いを明らかにした。詳しくは文献 [1] に述べられているので、ここではそのなかで興味深いと思われる点について簡単に紹介する。

まず第一の点は、磁場揺動の様相がピンチパラメータ、 $\theta$ （プラズマ表面のポロイダル磁場をプラズマ中の平均トロイダル磁場で割ったもの）、もしくは逆転パラメータ、 $F$ （プラズマ表面のトロイダル磁場をプラズマ中の平均トロイダル磁場で割ったもの、逆磁界ピンチでは負の値をとり、一般的に  $\theta$  が大きいときには  $F$  も深くなる）と呼ばれる逆磁場ピンチ特有のパラメータの値により大きく変化することである。

$\theta$  が大きい場合 ( $> 1.7$ ) には、磁場揺動のレベルが高くかつ空間的・時間的にコヒーレントな傾向が強い。その例を図 1 に示す。これはポロイダル方向に 10 個並べたピックアップコイルによって測定したトロイダル磁場の揺動の中で、比較的大きな振幅を持つ 31 kHz 付近の揺動成分の変動を示したものである。下の図は各コイルポジションでの位相の変化を示しているが、これから揺動のポロイダルモード数  $m$  が 1 であることが分かる。図 2 にはトロイダル方向に 43 個並べたピックアップコイルで測定した同様の変動を示す。これから、トロイダル方向のモード数  $n$  は 9 であることが分かる。従って、 $\theta$  の高い場合の緩和現象の最初のフェーズでは、 $m/n = 1/9$  のヘリカルな揺動が、あたかも rigid rotor 的にポロイダル and/or トロイダル方向に回転していることが分かる。

一方  $\theta$  が低い場合 ( $< 1.6$ ) には、磁場揺動の様相は複雑になりこの様に

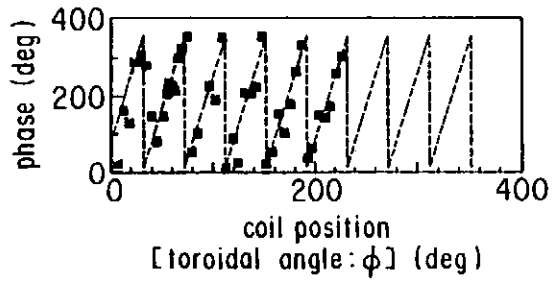
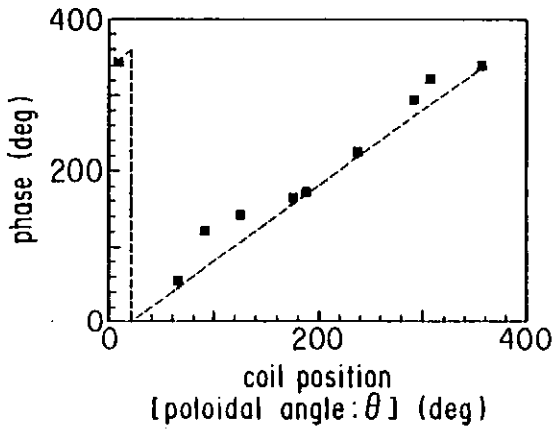
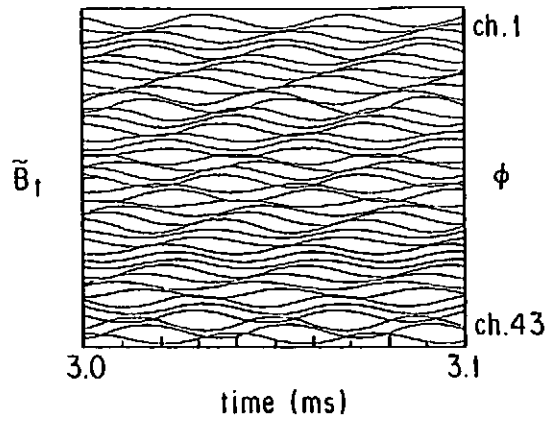
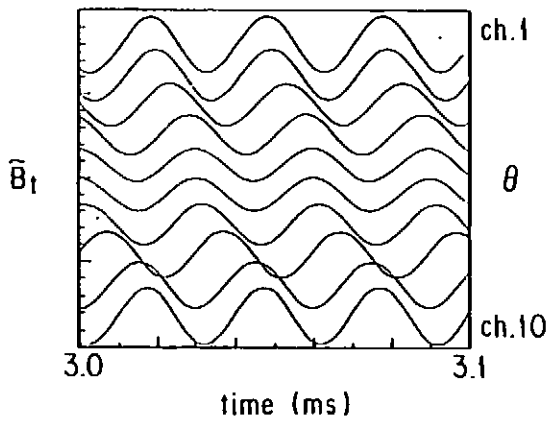
きれいなヘリカル変形は見られなくなる。その例を図3に示す。図はトロイダル磁場揺動の  $m = 1$  成分の、トロイダル方向の分布（左図、ポロイダル磁場に対する相対的な大きさ）とその時の  $n$  分布の変化（右図）を時間を追って示したものである。この図から、低  $\theta$  における磁場揺動は多数のモードが同時に発生していることがわかる。

これは高  $\theta$  では特定のモードの成長率が大きくて、そのモードが現象を支配するのに対して、低  $\theta$  ではプラズマが全体的に安定になって、成長率が特別に大きくて現象を支配するモードが無くなり、多くのモードが同時に成長するためであると考えられる。この様に一つのパラメータ  $\theta$ （もしくは  $F$ ）で磁場揺動の様相が変化することは非常に興味深い点である。

$\theta$ （もしくは  $F$ ）以外に磁場揺動の様相に影響を与えるものとして、プラズマ電流の変化率がある。プラズマ電流が増加するときには揺動レベルが大きくなり、逆に減少するときには小さくなる。これは、プラズマ電流の増加時にはプラズマ中のトロイダル磁束も自己組織化現象により増加するので、トロイダル磁束を一定に保つ時に較べて激しいプラズマと磁場との相互作用が必要となり、その結果磁場揺動レベルが大きくなったものと考えられる。プラズマ電流が減少するときはこの逆で、もしトロイダル磁束の減衰とプラズマ電流の減少が一致すれば、自己組織化に関連した磁場揺動はなくなるはずである。実際はプラズマ中の抵抗率の分布が一樣でないため、磁場の減衰は分布まで考慮すると完全緩和状態からずれて磁場揺動はなくならないが、いずれにせよプラズマ電流の減衰時には磁場揺動レベルは低下する。文献 [1] では、この磁場揺動レベルの大きさとプラズマ電流の増加/減衰率との関係を用いて磁場揺動レベルを制御し、揺動レベルとプラズマ閉じ込め特性との間の関係を明らかにしている。ただし、プラズマ電流の変化率による磁場揺動の様相の変化、即ち、ただ単にレベルが変化するだけなのか、それとも揺動の性質が変化するのかということは、今後の課題として残されている。

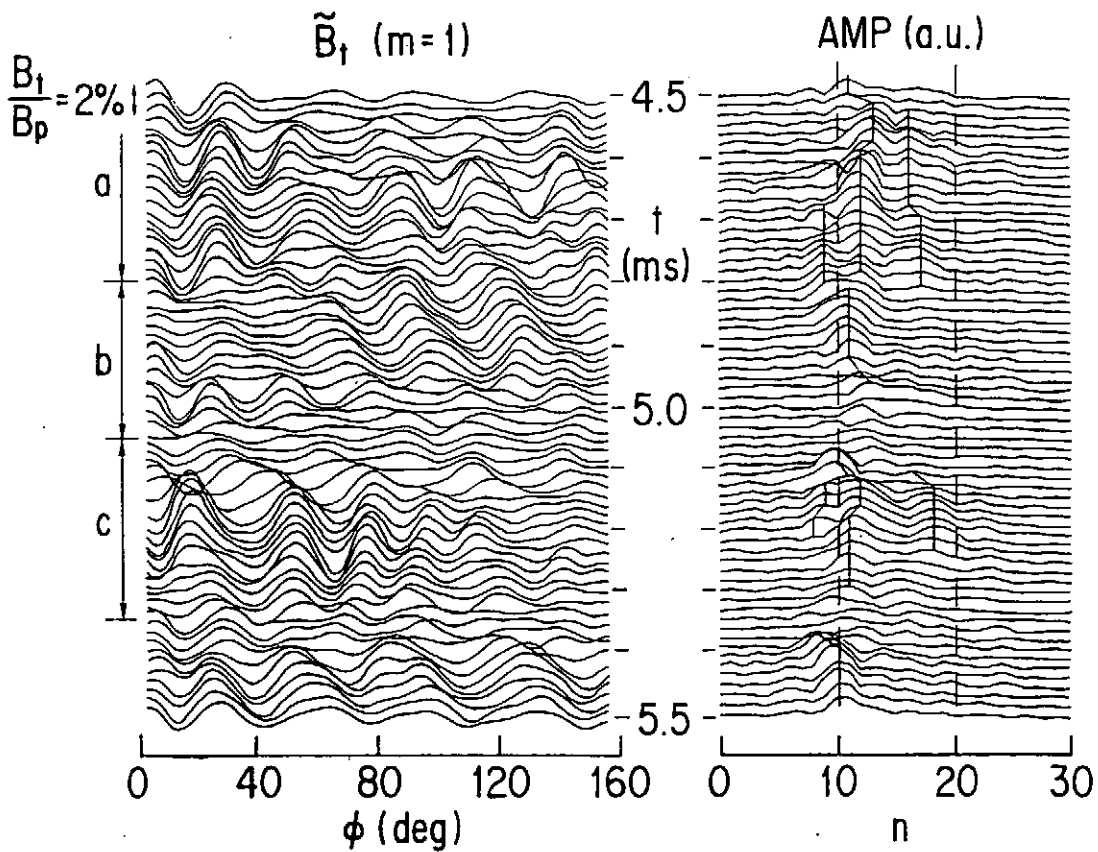
以上述べてきたように、逆磁場ピンチでは、磁場揺動に代表されるプラズマの非線形的な振舞いは一つのキーパラメータの大きさにより大きく変わって行く。このような逆磁場ピンチにおける非線形現象をカオス的な考えに基づいて取り扱うことができれば、プラズマの自己組織化と言うものの理解の大きな助けになることが期待される。また、カオスというものの自体の学問的な理解にも役立つかも知れない。これらの点は、今後、検討して行くべき重要な課題であると考えられる。

[1] K. Hattori, Y. Hirano, T. Shimada, Y. Yagi, et. al. Phys. Fluids B  
Vol. 3(11)(1991)3111



☒ 1

☒ 2



☒ 3

NIFS-MEMOシリーズ出版リスト  
(Recent Issues of NIFS-MEMO Series)

- NIFS-MEMO-1 都築哲哉、東井和夫、松浦清剛、「パソコンによる JIPP T-IIU プラズマの平衡位置フィードバック制御」1991年4月  
T.Tsuzuki, K.Toi and K.Matsuura, "Feedback Control of Plasma Equilibrium with Control System Aided by Personal Computer on the JIPP T-II Tokamak" ; Apr.1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-2 久保田雄輔、大林治夫、宮原 昭、大野和子、中村光一、堀井憲爾、「環境磁界の研究 (I) 三次元積分磁束計の開発」1991年7月  
Y.Kubota, H.Obayashi, A.Miyahara, K.Ohno, K.Nakamura and K.Horii, "Development of Three-Dimensional Compact Magnetic Dosimeter for Environmental Magnetic Field Monitoring" , July,1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-3 「核融合科学研究所技術研究会; 1991年3月19、20日 土岐文化プラザ」1991年8月  
"Proceedings of Symposium on Technology in Laboratories; Mar. 19, 20, 1991" , Aug. 1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-4 「プラズマ中におけるカオス現象」1991年8月  
"Chaotic Phenomena in Plasmas " , Aug. 1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-5 山崎耕造、「ファジー論理のトロイダルプラズマ制御への応用」1992年2月  
"Fuzzy Logic Application to Troidal Plasma Contol " , Feb. 1992 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-6 平成3年度核融合科学研究所 支援調査共同研究報告書 「大出力マイクロ波源の開発に関する調査研究」1992年4月  
"Development of High Power Microwave Source " , Apr. 1992 (In Japanese)